GRANDEURS LIEES AUX QUANTITES DE MATIERE

1 Grandeurs liées aux quantités de matière : cas des solides et des liquides.

Les chimistes ont défini une unité de mesure appelée la mole pour exprimer facilement le nombre d'atomes ou de molécules ou d'ions qui existe dans un échantillon de matière.

La mole est la quantité de matière d'un groupe contenant $6{,}02.10^{23}$ atomes ou molécules ou ions. Alors, comment déterminer la quantité de matière d'une espèce chimique à partir de sa masse ou de son volume ?

1.1. Masse et quantité de matière

Activité expérimentale 1

Comment la masse est-elle liée à la quantité de matière ?

On mesure à l'aide d'une balance électronique la masse m_1 d'une quantité d'eau et la masse m_2 d'une quantité de plomb (fig1),
on trouve $m_1 = m_2 = 100g$;
On donne $M(Pb) = 207\ g.mol^{-1}$, $M(H) = 1g.mol^{-1}$, $M(O) = 16\ g.mol^{-1}$

Fig 1 - mesure de la masse d'eau et celle de plomb

- **Calculer la quantité de matière de molécules d'eau existant dans 100 g d'eau.**
- **Calculer la quantité de matière d'atomes du plomb existant dans 100 g de plomb.**

Exploitation :

La quantité de matière n(X) d'un échantillon de masse m(X) formé par une espèce chimique X de masse molaire M(X) est définie par la relation :

$$n(X) = \frac{m(X)}{M(X)}$$

(mol) ← n(X) ; m(X) ← (g) ; M(X) ← ($g.mol^{-1}$)

Exemple :

- Calcul de la quantité de matière dans la masse m_1 de l'échantillon d'eau :

Pour déterminer la quantité de matière dans la masse m_1, on calcule d'abord la masse molaire de l'eau :

$$M(H_2O) = 2M(H) + M(O) = 18g.mol^{-1}$$

On détermine donc la quantité de matière dans l'échantillon de masse m_1 par la relation :

$$n(H_2O) = \frac{m_1}{M(H_2O)} = \frac{100}{18} = 5{,}556mol$$

- Calcul de la quantité de matière de plomb dans l'échantillon de masse m_2 par la relation :

$$n(Pb) = \frac{m_2}{M(Pb)} = \frac{100}{207} = 0{,}483\ mol$$

1.2. Volume et quantité de matière

Activité expérimentale 2

Comment le volume est-il lié à la quantité de matière ?

L'hexane liquide est formé de molécules de formule brute C_6H_{14} , sa masse volumique est $\rho = 0,66 g.mL^{-1}$.

On donne la masse molaire de l'hexane : $M(C_6H_{14}) = 86\ g.mol^{-1}$

Quel volume d'hexane doit on mesurer à l'aide d'une éprouvette graduée (fig2) pour obtenir n = 0,1mol de ce liquide ?

Fig 2 - éprouvette graduée de 50mL pour mesurer le volume V=13mL.

Exploitation :

• La masse volumique ρ d'une espèce chimique est égale au quotient de la masse **m** de cet échantillon sur le volume qu'il occupe .

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (g.cm^{-3}) \leftarrow (g) \quad (cm^3)$$

• Connaissant le volume **V** d'un échantillon d'une espèce chimique, et sa masse volumique ρ on peut en déduire la masse **m** de cet échantillon : $m = \rho.V$

On obtient la quantité de matière n de l'échantillon à partir de la masse m et la masse molaire de cet échantillon : (1) $n = \frac{m}{M} = \frac{\rho.V}{M}$

- Calcul du volume **V** de l'hexane pour obtenir 0,1mol de molécules d'hexane ;

À partir de la relation (1) , on déduit :

$$V = \frac{n.M(C_6H_{14})}{\rho} = \frac{0,1.86}{0,66} = 13mL$$

1.3. Densité d'un solide ou d'un liquide par rapport à l'eau

• La densité **d** d'un solide ou d'un liquide par rapport à l'eau, est égale au quotient de la masse **m** d'un volume **V** de ce corps sur la masse $\mathbf{m_0}$ du même volume d'eau.

• La densité **d** s'exprime sans unité :

$$d = \frac{m}{m_0} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

• Avec ρ la masse volumique du solide et ρ_0 la masse volumique de l'eau : $\rho_0 = \rho_{eau} = 1,00\ g.cm^{-3}$

• La quantité de matière **n** d'un solide ou d'un liquide de volume **V** et de masse molaire **M**, est liée à la densité par la relation :

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\rho.V}{M} = \frac{d.\rho_0.V}{M}$$

2 Les grandeurs liées aux quantités de matière : cas des gaz.

L'état d'un gaz est caractérisé par quatre variables qui sont : la pression, le volume, la température et la quantité de matière, qui s'appellent variables d'état d'un gaz.

Comment la quantité de matière est-elle liée à ces variables d'état ?

2.1. Loi de Boyle-Mariotte.

La loi de **Boyle-Mariotte** décrit la relation entre la pression et le volume d'un gaz. Elle stipule qu'à température constante, le volume occupé par une certaine quantité de gaz est inversement proportionnel à sa pression.

Lorsqu'on ferme une seringue avec le doigt et on pousse le piston, la pression de l'air augmente dans la seringue et son volume diminue et lorsqu'on tire le piston vers l'extérieur, on sent l'attraction du doigt vers l'intérieur à cause de la diminution de la pression du gaz dans la seringue.

Fig 3 - Dispositif expérimental formé d'une seringue et d'un manomètre pour mesurer le volume et la pression du gaz.

Activité expérimentale 3

Comment varie la pression d'un gaz en fonction de son volume à température constante ?

Manipulation :

On utilise le dispositif expérimental de la figure 3, formé par une seringue contenant une quantité d'air et un manomètre pour mesurer la pression .On pousse légèrement le piston, alors le volume de l'air dans la seringue diminue, le manomètre indique une augmentation de la pression de l'air emprisonné.

On écrit les valeurs de la pression P pour chaque volume dans le tableau suivant :

V(mL)	15	20	25	30	35
P(hPa)	100,0	75,0	60,0	50,0	42,8
P.V	...	...	...	...	...

Fig 4 - Robert Boyle physicien et chimiste irlandais (1627-1691).

Calculer le produit P.V dans chaque cas. Conclure.

Fig 5 - Edme Mariotte physicien français (1620 - 1684).

Exploitation :

Lorsque le volume diminue à temperature constante, la pression du gaz emprisonné dans la seringue augmente et le produit P.V reste constant.

Cette loi porte les noms des deux savants :

- Robert Boyle (fig4) qui a découvert le premier cette loi en 1662.
- Edme Mariotte (fig5) qui a redécouvert cette même loi en 1676.

- Enoncé de la loi de Boyle-Mariotte :

À température constante, pour une quantité de matière donnée de gaz, le produit de la pression P par le volume V de ce gaz ne varie pas : P × V = constante

2.2. Température absolue

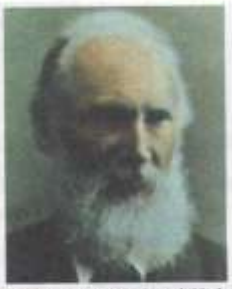

Fig 6 - le savant Lord Kelvin (1824 – 1907)

- Normalement la température θ s'exprime en degrés Celsius (°C).
- La température exprimée en degrés Celsius peut être positive ou négative, mais elle ne peut pas descendre au dessous d'une valeur limite proche de -273,15°C ;

Pour cela les physiciens ont choisi cette valeur limite comme origine de l'échelle de température, appelée échelle de températures absolues où échelle kelvin (fig6).

Sur l'échelle Celsius, le zéro (0°C) est maintenant défini comme égal à 273,15K. Cela signifie que 100 °C, préalablement défini comme le point d'ébullition de l'eau, est maintenant défini comme l'équivalent de 373,15K.

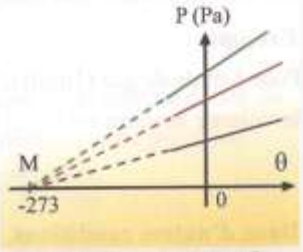

Fig 7 - la courbe P = f (θ)

- L'origine de l'échelle Kelvin est appelé zéro absolu, il correspond à -273,15°C.
- La température absolue **T** s'exprime en Kelvin de symbole **(K)**.
- On peut passer de l'échelle Celsius à l'échelle Kelvin selon l'égalité : (K) → $T = \theta + 273,15$ ← (°C)
- Le graphique (fig7) illustre la pression d'une même quantité de gaz à volume constant en fonction de la température ;
- Les mesures ont été effectuées pour trois volumes différents(trois couleurs) et les droites ont été extrapolées.
- Les expériences montrent que les coordonnées du point M ne dépendent pas de la nature du gaz ni de son volume ni de sa quantité de matière ;

C'est pour cette raison que l'échelle Kelvin est appelée échelle absolue.

2.3. Equation d'état des gaz parfaits

1- Caractéristiques du gaz parfait.

Le gaz parfait est un modèle simplifié des gaz. Ce modèle est construit sur les deux hypothèses suivantes :
- Les molécules sont considérées comme des points matériels ; C'est-à-dire que l'on néglige leur volume propre devant le volume occupé par le gaz.
- On néglige toutes les interactions entre les molécules à l'exception des interactions qui ont lieu lors des chocs entre ces molécules.

2- Equation d'état du gaz parfait.

Les variables d'état, pression P, volume V, température T et quantité de matière n, d'un gaz parfait en équilibre et au repos sont liées par une relation appelée équation d'état des gaz parfaits :

$$P.V = n.R.T$$

P en pascal (Pa)
V en mètre cube (m^3)
T en kelvin (K)
n en mole (mol)
R est la constante des gaz parfaits (R = 8,32 S.I)

Cette équation permet de déterminer la quantité de matière d'un gaz à partir de la connaissance de la pression du gaz, de sa température et le volume qu'il occupe .

$$n = \frac{P.V}{R.T}$$

L'équation d'état des gaz parfaits permet de calculer le volume molaire V_m d'un gaz ; C'est-à-dire le volume qu'occupe une mole de ce gaz .

Exemple :

Pour 1 mole de gaz (1mol) à la température 20°C (T = 20 + 273 = 293K) et sous la pression $P = 1{,}013.10^5$ Pa, le volume molaire est :

$$V_m = \frac{n.R.T}{P} = \frac{1.8{,}31.293}{1{,}013.10^5} = 24.10^{-3} m^3.mol^{-1} = 24\ L.mol^{-1}$$

Dans d'autres conditions.

Connaissant la valeur du volume molaire V_0 dans les conditions normales, il est possible de déterminer la valeur du volume molaire dans d'autres conditions de pression **P** et de température **T**.

Le produit **n.R** (n = 1mol) étant une constante, il suffit d'écrire :

$\frac{P.V_m}{T} = \frac{P_0.V_0}{T_0}$ d'où l'on déduit $V_m = \frac{P_0.V_0.T}{P.T_0}$

L'équation d'état des gaz parfaits permet de déterminer le volume molaire d'un gaz (le volume occupé par une mole de ce gaz)

Les gaz sous faible pression (de l'ordre 1bar) se comportent comme un gaz parfait ; Son volume molaire est égal au volume d'une mole de gaz parfait : ce résultat est connu sous le nom de loi d'Avogadro - Ampère (1776-1856) .

. Deux volumes égaux de gaz différents, pris dans les mêmes conditions de température et de pression, contiennent le même nombre de molécules ; C'est-à-dire la même quantité de matière.

. Le volume molaire dans les conditions normales de température et de pression (1atm, 0°C) est $V_m = 22{,}4\ L.mol^{-1}$.

Selon la définition du volume molaire d'un gaz, la quantité de matière de ce gaz est liée à son volume par la relation :

(mol) → $n = \frac{V}{V_m}$ ← (L) / ($L.mol^{-1}$)

2.4. Limite de validité de l'équation d'état des gaz parfaits

L'équation d'état des gaz parfaits n'est pas valable si le gaz s'approche de la condensation ou si sa pression est très grande.

Les gaz se comportent dans les conditions normales de température et de pression (1bar ; 20°C) comme des gaz parfaits ; C'est-à-dire, ils vérifient l'équation d'état des gaz parfaits :

$$\boxed{P.V = n.R.T}$$

Interprétation microscopique.

- L'agitation des molécules (agitation thermique) d'un gaz est liée à la température absolue du gaz .
- Pour un gaz parait, la température T = 0K, correspond à l'immobilité complète des molécules, la pression sera nulle, par conséquent, il est impossible d'avoir des températures absolues négatives.
- Le comportement d'un gaz réel, au niveau microscopique est identique au comportement d'un gaz parfait si les molécules constituant ce gaz sont suffisamment éloignées.

2.5. Densité d'un gaz par rapport à l'air.

La densité d'un corps gazeux par rapport, l'air se calcule par le rapport entre la masse d'un volume donné de ce gaz et la masse du même volume d'air (pris dans les mêmes conditions de température et de pression) :

$$d = \frac{m}{m_0} = \frac{n.M}{\rho_0.n.V_m} = \frac{M}{\rho_0.V_m}$$

Quelle que soit la température et la pression, on a : $\rho_0.V_m = 29 g.mol^{-1}$

Donc : $\boxed{d = \frac{M}{29}}$

Exercices

Contrôle des connaissances

1 Quelle est l'unité des grandeurs suivantes :
masse molaire ; quantité de matière ; volume molaire ; masse volumique ?

2 Quelle est la relation entre :
- La masse m d'un échantillon d'une espèce chimique et la quantité de matière correspondante ?
- Le volume molaire V_m ; le volume V d'un gaz et la quantité de matière correspondante ?
- La masse volumique ρ, le volume V d'un solide et la quantité de matière correspondante ?

3 1. Donner la définition :
- du volume molaire d'un gaz ;
- de la masse volumique d'un solide ;
- de La densité d'un solide ;
- de La densité d'un gaz .

2.
- Ecrire l'équation d'état des gaz parfaits en précisant l'unité des grandeurs d'état du gaz.
- Enoncer la loi de Boyle-Mariotte .

Exercices d'application

4 On considère les corps purs suivants à la température 20°C et sous la pression 1013hPa : l'éthanol $C_2H_6O_{(l)}$, le plomb $Pb_{(s)}$ et le dioxygène $O_{2(g)}$;
- Calculer pour chaque espèce la masse et le volume correspondants au quantité de matière : n = 0,2 mol.

On donne : $\rho(Pb) = 11,34\ g.cm^{-3}$;
$\rho(C_2H_6O) = 0,79\ g.cm^{-3}$;
$V_m = 24\ L.mol^{-1}$.

5 L'hexane C_6H_{14} est un corps liquide à la température 20°C, sa masse volumique est $\rho = 0,66\ g.cm^{-3}$.
1. Calculer la masse de $n = 4,8.10^{-2}$ mol de l'hexane à 20°C.
2. Calculer le volume d'hexane occupé par cette quantité de matière.

Rep : m = 4,13 g ; V = 6,26 mL

6 le benzène de formule brute C_6H_6, est un solvant organique ; Il peut être préparé à partir des dérivés du pétrole. À 20°C et sous la pression de 1013hPa le benzène pur se trouve à l'état liquide, sa densité est d = 0,88.
On dispose d'un échantillon du benzène à l'état liquide de volume V = 2,16 L dans les même conditions précédentes de température et de pression.
1. Exprimer la masse volumique de benzène en $kg.L^{-1}$;
2. Calculer la masse de l'échantillon de benzène ;
3. Calculer la quantité du benzène dans cet échantillon ;

7 Une bouteille cylindrique de diamètre D = 5,5cm et de hauteur h = 41cm, contient du dioxygène sous la pression 1 bar et à la température 25°C.
1. Calculer le volume molaire du dioxygène dans les conditions de l'expérience.
2. Calculer la masse du dioxygène contenu dans la bouteille.

On donne : R = 8,314(S.I).

Rep : $V_m = 24,47\ L.mol^{-1}$; m = 1,27g .

Exercices de synthèse

8 L'analyse du sang d'une personne a montré que le pourcentage du cholestérol est 7,9 mmol par litre.
La formule chimique du cholestérol est $C_{27}H_{46}O$.
1. Calculer la masse de 7,9 mmol du cholestérol.
2. Le pourcentage du cholestérol dans le sang ne doit pas dépasser 2,2g par litre du sang.
Décrie l'état de santé de cette personne.

Rep : m = 3,05 g ; $C_m = 3,05\ g.L^{-1}$; % du cholestérol élevé .

9 Un technicien a trouvé dans le laboratoire une bouteille contenant un gaz incolore ; Alors il a décidé de déterminer la nature de ce gaz, il prend avec une seringue un échantillon de ce gaz et note les résultats suivants :
- temperature : 25°C ;
- pression atmosphérique : 1013hPa ;
- volume du gaz : 262 mL ;
- masse de la seringue vide : 68,3g ;
- masse de la seringue remplie du gaz : 68,6g ;

En exploitant ces données :
1. Calculer la quantité du gaz dans la seringue.
2. Quelle est la nature du gaz contenu dans la bouteille ?

Nature du gaz	SO_2	NO_2	N_2	CO_2
Masse molaire en $g.mol^{-1}$	64	46	28	44

On donne : R = 8,314 (S.I)

Rep : $n = 1,07.10^{-2}$ mol ; $M(N2) = 28\ g.mol^{-1}$