Energie potentielle électrostatique-Potentiel électrique

L'essentiel du cours

- Le travail de la force électrostatique dans un champ électrique uniforme est indépendant du chemin suivi, il ne dépend que de l'état initial et de l'état final, on dit que la force électrique est conservative.

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = q.E(x_A - x_B)}$$

- La relation entre la différence de potentiel entre V_A et V_B et le vecteur champ $\vec{E}$:

$$\boxed{V_A - V_B = \vec{E}.\overrightarrow{AB}}$$

- Le potentiel V d'un point M d'un champ électrique uniforme est :

$\boxed{V = E.x + C}$ C : constante qui dépend du choix de l'origine des potentiels.

- Le travail de la force électrique dans un champ électrique est :

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = q(V_A - V_B)}$$

- L'énergie potentielle électrique d'un point dans un champ électrique :

$\boxed{E_{pe} = q.V + C}$ C : constante dépendant du choix de l'origine des énergies potentielles.

- Variation d'énergie potentielle et travail de la force électrique :

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = -(E_{pe}(B) - E_{pe}(A)) = -\Delta E_{pe}}$$

- L'énergie totale d'une particule chargée qui n'est soumise qu'à la force électrostatique se conserve :

$$\boxed{E = E_C + E_{pe} = \frac{1}{2}mv^2 + qV = cte}$$

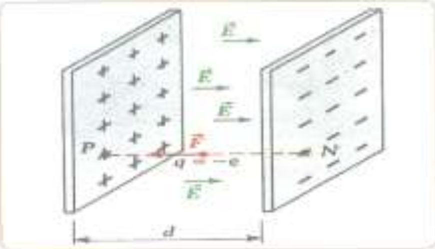
Exercice d'application 1

Un champ électrique uniforme d'intensité $E = 3.10^4\ V.m^{-1}$ est créé à l'intérieur de deux plaques parallèles distantes de $d = 10$ cm.

1- Calculer la tension électrique U_{PN} appliquée aux deux plaques.

2- Déterminer le travail de la force électrique appliquée à un électron au cours de son déplacement de la plaque N vers la plaque P.

3-



Solution

1- Tension U_{PN} aux bornes des deux plaques s'exprime par la relation : $U_{PN} = E.d$

$$U_{PN} = 3.10^4 \times 10^{-1} = 3000V$$

2- Sous l'action de la force électrostatique l'électron se déplace de la plaque négative N vers la plaque positive P.

Le travail de cette force électrique est :

$W_{N\to P}(\vec{F}) = q(V_N - V_P) = q.U_{NP}$ et comme

$U_{NP} = -U_{PN} = -3000V$ et $q = -e = -1,6.10^{-19}C$

$W_{N\to P}(\vec{F}) = (-1,6.10^{-19}) \times (-3000) = 4,8.10^{-16}J$

$W_{N\to P}(\vec{F}) > 0$, le travail est moteur.

Exercice d'application 2

Un champ électrique uniforme d'intensité $E = 10^3\ V.m^{-1}$ est créé dans une région de l'espace repérée par $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ tel que : $\vec{E} = E.\vec{i}$

1- Calculer le travail de la force électrique appliquée à un noyau d'hélium (He^{2+}) du point A(2,0,0) vers le point B (4,2,0).

L'unité de longueur est le centimètre.

2- Calculer l'énergie potentielle électrique au point B. On prend A comme origine des potentiels.

Solution

1- Travail de la force électrique de A à B :

$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = q.\vec{E}.\overrightarrow{AB}$ avec $q = 2e$

e : étant la charge élementaire

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j} \quad (cm)$$

$$\overrightarrow{AB} = (2\vec{i} + 2\vec{j}).10^{-2} \quad (m)$$

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = 2e.E\vec{i}.(2\vec{i} + 2\vec{j}).10^{-2} = 6,4.10^{-18}J$$

$W_{A\to B}(\vec{F}) > 0$ le travail de $\vec{F}$ est moteur

2- $W_{A\to B}(\vec{F}) = -(E_{pe}(B) - E_{pe}(A)) = -\Delta E_{pe}$

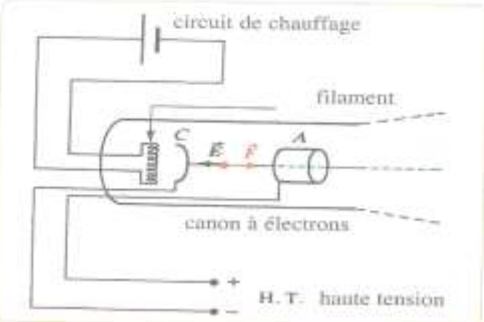
comme $E_{p_A} = 0$; $E_{pe}(B) = -W_{A\to B}(\vec{F}) = -6,4.10^{-18}J$

Exercice d'application 3

Une tension U_{AC} de valeur 300V est appliquée entre l'anode A et la cathode C d'un canon à électrons.

Des électrons partent de la cathode C sans vitesse initiale, calculer leur vitesse quand ils arrivent à l'anode A.

On donne : masse de l'électron $m = 9,1\ 10^{-31}$ kg .



Dans un canon à électrons, des électrons sont émis du filament (cathode C), et accélérés vers l'anode A par une haute tension.

Solution

U_{AC} étant positive, le sens du vecteur champ électrique est dans le sens des potentiels décroissants (de A vers B).

Les électrons sont accélérés par la force électrique $\vec{F}$ de C vers A.

Ecrivons la conservation de l'énergie totale :

$$E_A = E_C$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + q.V_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + q.V_C$$

$$v_C = 0$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = q.(V_C - V_A) = q.U_{CA} = -q.U_{AC}$$

$$v_A = \sqrt{\frac{-2.q.U_{AC}}{m}}$$

AN: $v_A = 3,25.10^7 m.s^{-1} = 32500 km.s^{-1}$

Exercice d'application 4

Calculer en MeV l'énergie reçue par une particule (ion hélium He^{2+}) quand elle est accélérée par une tension électrique $U = 10^6 V$.

Solution

L'énergie reçue par la particule de charge $q = 2$... est :

$$W = q.U = 2e.U = 2 \times 1{,}6.10^{-19} \times 10^6$$

$$W = 2.10^6 eV = 2MeV$$

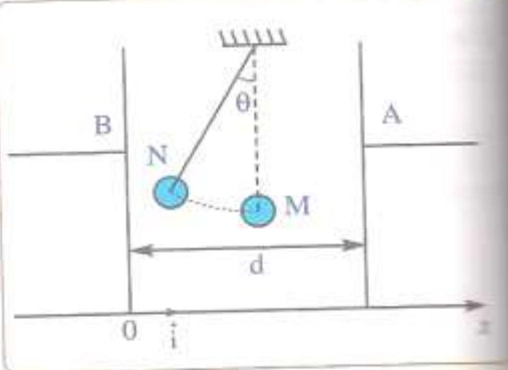
Exercice résolu

Un pendule électrostatique, de longueur l = 20 cm et de charge $q = 20nC$, est en équilibre entre deux plateaux verticaux et parallèles A et B.

La distance entre ces deux plateaux est d = 10cm. Le champ électrostatique uniforme existant est d'intensité $E = 5.10^5 V.m^{-1}$.

En l'absence du champ électrostatique, le pendule se trouve en équilibre au point M situé au milieu de la distance d.

En appliquant la tension U_{AB} entre les plateaux, le pendule s'écarte de la verticale d'un angle $\theta = 45°$.



1- Donner les caractéristiques du champ électrostatique $\vec{E}$. Calculer la tension U_{AB}.

2- Déterminer l'expression du travail de la force électrostatique agissante sur le pendule quand il se déplace de M vers N en fonction de q, E, l et θ. Calculer sa valeur.

3- En déduire la variation de l'énergie électrostatique ΔE_{pe} entre les deux positions M et N.

4- On choisit comme origine des énergies potentielles électrostatiques $E_{pe} = 0$ au plan du plateau B. Calculer E_{pe} (M) l'énergie potentielle électrostatique au point M. En déduire V_M le potentiel électrique au point M.

Conseils

1- Détermination des caractéristiques

Pour calculer U_{AB} on utilise la relation $U_{AB} = E.d$

2- Se rappeler l'expression du travail d'une force constante $\vec{F}$.

$$W_{M \to N}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{MN}$$

3- Le travail de la force électrostatique est l'opposé de la variation de l'énergie potentielle électrostatique.

4- Utiliser la relation :

$$E_{pe} = q.E.x + C$$

- Déterminer C selon le choix de l'origine des énergies potentielles.

- On signale que l'expression précédente est valable si :

- Le champ électrostatique est uniforme.

- Le sens de $\vec{E}$ est opposé à l'axe ox.

Solution

1- Les caractéristiques du vecteur champ électrostatique uniforme.

- La direction : perpendiculaire aux plateaux.

- Le sens : vers les potentiels décroissants, c'est-à-dire de A vers B, ($V_A > V_B$).

- Le module $E = 5.10^5 V.m^{-1}$ Calcul de U_{AB} : $U_{AB} = E.d$

AN : $U_{AB} = 5.10^4 V$

2- Le travail de la force électrostatique $\vec{F}$:

$W_{M \to N}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{MN}$ avec $\vec{F} = -qE.\vec{i}$ et $\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M)$...

on a $W_{M \to N}(\vec{F}) = q.E(x_M - x_N)$ comme $x_M - x_N = l\sin\theta$

on a alors $W_{M \to N}(\vec{F}) = q.E.l\sin\theta$ AN: $W_{M \to N}(\vec{F}) = 1{,}4.10^{-3}$ J

3- La variation de l'énergie électrostatique :

$$W_{M \to N}(\vec{F}) = -\Delta E_{pe} = E_{Pe}(M) - E_{Pe}(N)$$

soit : $\Delta E_{pe} = -W_{M \to N}(\vec{F}) = -1{,}4.10^{-3} J$

4- L'énergie potentielle électrostatique au point d'abscisse x : $E_{pe} = q.E.x + C$

D'après le choix de l'origine des énergies potentielles électrostatiques : en $x = 0$; $E_{P_e} = 0$: $0 = q.E.\times 0 + C \Rightarrow C = 0$

Donc $E_{Pe}(M) = q.E.\frac{d}{2} = 5.10^{-4} J$

Le potentiel V_M au point M : On a $E_{Pe} = q.V + C'$

On considère l'origine des potentiels est celui de l'énergie potentielle électrostatique on a : $C' = 0$ d'où

$$E_{Pe}(M) = q.V_M \Rightarrow V_M = \frac{E_{Pe}(M)}{q}$$

Tester vos connaissances

On prend : $e = 1{,}6.10^{-19}C$; $g = 9{,}81\,N.kg^{-1}$

Vrai ou faux :

- Dans un champ électrostatique, les surfaces équipotentielles sont planes.

- La relation entre le vecteur champ électrostatique uniforme et la différence de potentiel entre deux points C et D de ce champ est : $V_C - V_D = \vec{E}.\overrightarrow{CD}$.

- Dans un espace où règne un champ électrostatique, le travail de la force électrostatique du point C vers le point D est moteur si $q > 0$ et $V_C > V_B$.

Répondre aux questions suivantes :

- Quelle est l'expression de la force électrostatique exercée sur une charge q quand elle se déplace du point N de potentiel V_N au point M de potentiel V_M ?

- Donner l'expression du travail de l'énergie potentielle électrostatique d'une particule chargée située dans un champ électrostatique. Dépend-elle de l'origine des énergies potentielles ?

- Que représente le produit $q.(V_A - V_B)$?

- Est-ce que la relation précédente n'est valable que pour un champ électrostatique uniforme ?

- Donner l'expression de l'énergie mécanique totale d'une particule chargée située dans un champ électrostatique.

Exercices d'applications

Dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$, la force électrostatique exercée sur une charge $q = 1\mu C$ est 2 N .

1- Déterminer la valeur du champ électrostatique E.

2- La charge q se déplace le long d'une ligne de champ d'une distance d = 5cm. Calculer la variation du potentiel électrique lors de ce déplacement.

Réponses :

1- $E = 2.10^6\,V.m^{-1}$ 2- $\Delta V = 10^5\,V$

On associe un repère orthonormé R $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ à un espace où règne un champ électrostatique $\vec{E} = -E_0.\vec{k}$. avec $E_0 = 10^6\,V.m^{-1}$.

Calculer le travail de la force électrostatique exercée sur un électron lors de son déplacement du point A(1,2,3) au point B(5,6,0) . L'unité de mesure est (cm).

2- En déduire la variation de l'énergie cinétique ΔE_c ainsi que celle de l'énergie potentielle ΔE_{pe} de l'électron.

(On néglige le poids de l'électron devant la force électrostatique).

Le potentiel d'un point n'est défini que par rapport à celui d'un autre point auquel on attribue arbitrairement une valeur.

Le plus souvent, le potentiel d'un point est défini par rapport à celui de la terre auquel on attribue conventionnellement la valeur zéro.

5 On considère trois points A, B et C de l'espace ayant respectivement les potentiels $V_A = 25V$; $V_B = -15V$ et $V_C = 35V$.

1- Calculer le travail de la force électrostatique exercée sur une charge q=1nC :

a- Lors du déplacement de A à B

b- Lors du déplacement de B à C

c- Lors du déplacement de A à C

2- Conclure :

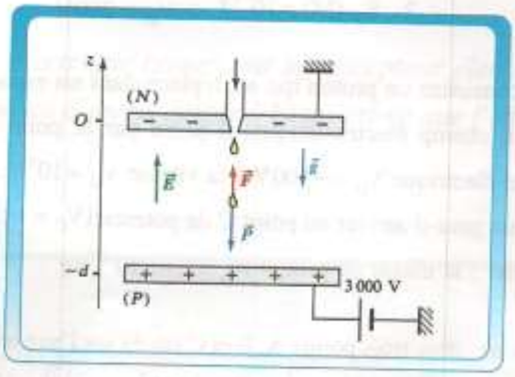
Rèponses : 1- a- $W_{A\to B} = 4.10^{-8}J$ b-$W_{B\to C} = -5.10^{-8}J$

c- $W_{A\to C} = -10^{-8}J$

Le travail de la force électrostatique ne dépend pas de la trajectoire.

Exercices de synthèse

On applique une tension U_{PN} =3000V entre deux plaques métalliques parallèles horizontales séparées par une distance d = 5cm.



On lâche une goutte d'huile de masse $m = 2{,}8.10^{-14}kg$ et de charge q = 10.e sans vitesse initiale à partir de la plaque N, elle arrive à la plaque P avec la vitesse $v = 0{,}27mm.s^{-1}$.

On choisit comme origine des énergies potentielles et de pesanteur : le plan passant par la plaque N.

1- Calculer l'énergie potentielle de pesanteur de la goutte d'huile à la plaque P.

2- Calculer l'énergie potentielle électrostatique de la goutte à la plaque P.

En déduire l'énergie poentielle totale E_P .

3- Comparer l'énergie totale E_P à celle E_N à la plaque N. Conclure.

Réponses : 1- $E_{pp} = mgd = -1{,}37.10^{-14}J$

2- $\left.\begin{aligned} &E_{pe}(P) = q.V_P = 4{,}8.10^{-15}J \\ &E_P = -8{,}9.10^{-15}J \end{aligned}\right\}$

3- $E_N = 0 \neq E_P$ Le système est non conservatif à cause des frottements de la goutte avec l'air.

7 Dans un espace où règne un champ électrostatique $\vec{E}$, on considère l'axe ($x'ox$) de vecteur directeur unitaire $\vec{i}$ tel que $\vec{E} = -E.\vec{i}$ on prend comme origine des potentiels électriques le point A d'abscisse $x_A = -2cm$

Le potentiel électrique du point B d'abscisse $x_B = 8cm$ est 400V.

1- Calculer la valeur du champ électrostatique E et le potentiel électrique au point O.

2- Calculer l'énergie potentielle électrostatique de la charge $q = 5\mu C$ située au point M d'abscisse $x_M = 5cm$.

On prend comme origine des énergies potentielles le point A.

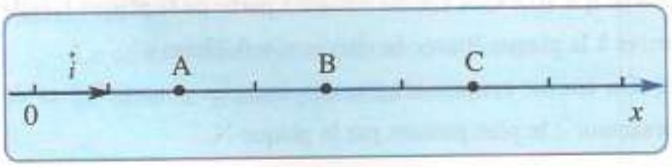
Réponses : 1- $V_O = 80V$; $E = 4000V.m^{-1}$

2- $E_{pe}(M) = 10^{-3}J$; $V_M = 200V$

8 On considère un proton qui se déplace dans un espace où règne un champ électrostatique, il passe par le point D de potentiel électrique $V_D = -500V$ à la vitesse $v_D = 10^5 m.s^{-1}$. Ce proton peut-il arriver au point C de potentiel $V_C = -100V$?

On donne : la masse du proton $m_p = 1{,}67.10^{-27}kg$.

9 On considère trois points A, B et C situés sur l'axe ox dans un champ électrique de vecteur $\vec{E} = 2.10^4\vec{i}$ avec $\left|\vec{i}\right| = 10cm$.



1- Calculer les tensions U_{AB} , U_{BC} et U_{CA}.

2- Déterminer la distance entre deux plans équipotentiels qui ont une différence de potentiel $U_1 = 5000V$ puis $U_2 = 15000V$

3- Calculer en joule puis en électro-volt la variation de l'énergie potentielle électrostatique d'une charge $q = 3e$ lors de son déplacement du plan équipotentiel A au plan B.

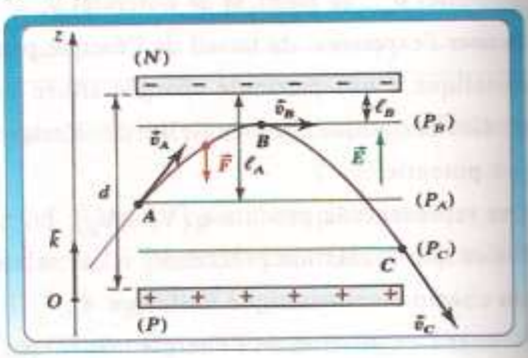
On donne $e = 1{,}6.10^{-19}C$.

Réponses : 1- $U_{AB} = 6000V$; $U_{BC} = 4.10^4 V$; $U_{CA} = -10^4 V$

2- $d_1 = \frac{U_1}{E} = 0{,}25m$; $d_2 = \frac{U_2}{E} = 0{,}75m$

3- $\Delta E_{pe} = -2{,}9.10^{-15}J = -1{,}8.10^4 eV$

10 On applique entre deux plaques métalliques horizontales P et N séparées d'une distance $d = 30mm$ une tension $U_{PN} = 10^{-3}V$?



Un faisceau homocinétique d'électrons de masse m_e pénètre au point A à la vitesse $v_A = 1{,}39.10^7 m.s^{-1}$, et passe par les points A et B situés respectivement à partir de la plaque N à la distance $l_A = 16\ mm$; $l_B = 4\ mm$; $l_C = 25\ mm$.

On donne : la masse de l'électron $m_e = 9{,}1.10^{-31}kg$.

la charge de l'électron $q = -e = -1{,}6.10^{-19}C$. On néglige le poids de l'électron devant la force électrostatique.

1- Démontrer que l'énergie totale de l'électron se conserve le long de sa trajectoire.

2- Calculer cette énergie ; on choisit le potentiel du point N égal à zéro $V_N = 0$.

3- Calculer l'énergie potentielle électrostatique et l'énergie cinétique de l'électron aux points B et C.

Réponses : 2- $E_T = 16eV$

3- $E_{pe}(B) = -e\frac{U_{PN}}{d}l_B = -133eV$

$E_C(B) = E_T - E_{pe}(B) = 149eV$

$E_{pe}(C) = -833eV$; $E_C(C) = 849eV$