SERIE N° 1
Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe

Exercice n°1: La Terre tourne sur elle-même et autour du Soleil. Elle est animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe des pôles. Ce mouvement est périodique. La Terre n'est pas un référentiel Galiléen. Pourtant on peut vérifier le principe de l'inertie sur Terre.

- Calculer la vitesse d'un point à la surface de la Terre situé à l'équateur, la vitesse angulaire de la Terre et la fréquence du mouvement. On donne le rayon de la terre: $\mathbf{R}_T$ = 6380 km.

Exercice n°2 : Mobile autoporteur:

Sur une table horizontale, un mobile sur coussin d'air est relié à un point fixe O par un fil inextensible. On lance le mobile et on registre à intervalles de temps égaux τ = 20ms, les positions successives M_i, du point M situe au centre du mobile.

La première partie du mouvement s'effectue fil tendu, puis celui-ci casse. L'enregistrement obtenu est sur le document ci-dessous.

1. on constate au vu de l'enregistrement que le mouvement du point M peut se décomposer en deux phases distinctes.

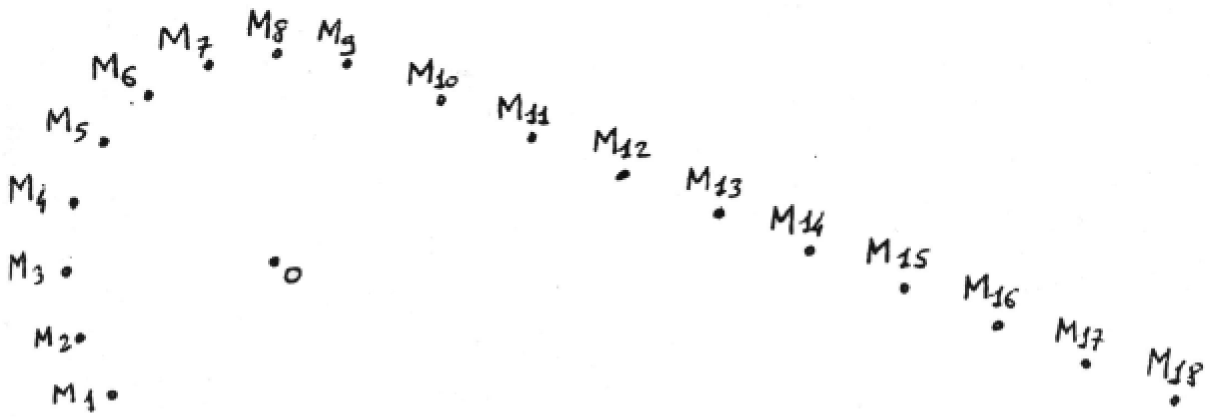
a. donner sous la forme M_iM_j les deux parties correspondantes à ces deux phases.

b. Pour chacune d'elle, donner la nature du mouvement et préciser si **le vecteur vitesse** du point M est constant.

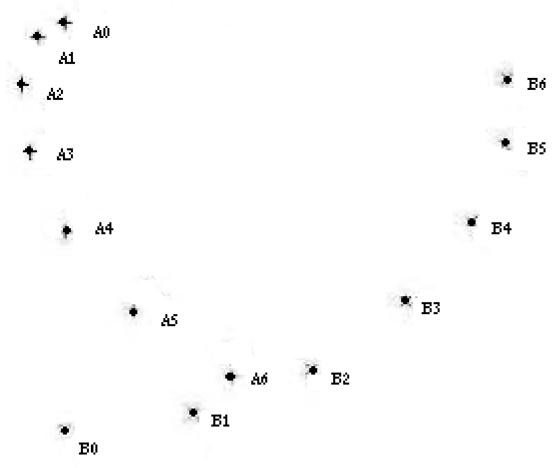
2. Calculer les vitesses des points M_5 et M_{15}. **Les représenter sur l'enregistrement**. On prendre comme échelle de vitesse: 1 cm représente 0.2 m/s.

3. Sans rapporteur, calculer la vitesse angulaire au point M_5.

ENREGISTREMENT:



Exercice n°3 : Etude du mouvement d'un solide:



Echelle : 1 cm pour 5cm

On enregistre le mouvement de deux points A et B d'un même solide se déplaçant sur une surface plane horizontale. Le dispositif d'enregistrement est fixe par rapport à la table.

A l'instant t =0 correspondent les positions A_0 et B_0 de A et B. entre les deux repérages successifs. Il s'écoule une durée τ = 40 ms.

1. calculer la vitesse instantanée du point A aux instants t_2 et t_5. représenter le vecteur vitesse de A aux instants t_2 et t_5 avec l'échelle : 1cm pour 0.5 m/s.
2. Calculer la vitesse de B aux mêmes instants et représenter les vecteurs vitesses.
3. le centre d'inertie G du solide est situé au milieu du segment [AB]. Déterminer les positions de G aux différents instants de l'enregistrement.
4. Montrer que G possède un mouvement particulier. Indiquer précisément le nom de ce mouvement.
5. le solide est- il en translation dans le référentiel de la table ? Justifier. Le solide est- il en rotation autour d'un axe ? justifier.

Exercice n°4: Disque en rotation:

Deux disques D_1 et D_2, horizontaux et de rayon R_1 = 20 cm et R_2 = 30 cm, sont animés de mouvement de rotation autour d'un axe commun, qu'ils coupent en O.

Les vitesses de rotation des disques notées ω_1 et ω_2, sont constantes. Soient A_1 et A_2 sont alignés.

1. Dans une première expérience, on constate que, sur une durée Δt = 5 s, A_1 a parcouru un quart de tour alors que A_2 a parcouru un tiers de tour. Calculer ω_1 et ω_2.
2. Calculer les distances parcourues par A_1 et A_2 en 1 minute.
3. démontrer la formule reliant la vitesse linéaire à la vitesse angulaire. Calculer les vitesses linéaires de A_1 et A_2.

Correction de série N°1

Exercice N°1

- La durée pour effectuer un tour est appelée période, que l'on note **T**.
- Pour la Terre, **T** = 86400 s: période de rotation autour de l'axe des pôles dans le **référentiel géocentrique**.

Calcul de la vitesse

- En un tour, la distance (d) parcourue par un point à la surface de la Terre, situé à l'équateur : $d = 2 * \pi * R$
- La vitesse d'un point à la surface de la Terre situé à l'équateur : $V_E = \frac{d}{T} = \frac{2 * \pi * R}{T}$
- Pour les calculs, on prend **R** $_T$ = 6380 km

$$V_E = \frac{d}{T} = \frac{2 * \pi * 6380 * 10^3}{86400}$$

- Application numérique : $V_E = 4.64 * 10^2 \ m / s$

$$V_E \approx 1.29 * 10^2 \ km / h$$

- La vitesse angulaire de la Terre : $\omega = \frac{2 * \pi}{T}$
- Application numérique : $\omega = \frac{2 * \pi}{T} = \frac{6.28}{86400}$

$$\omega = 7.26 * 10^{-5} \ rad / s$$

- La fréquence du mouvement représente le nombre de période par seconde (ici le nombre de tours par seconde).
- Fréquence : $f = \frac{1}{T}$ unité Hertz (Hz) si période en seconde (s).
- Application numérique : $f = \frac{1}{T} \approx \frac{1}{86400}$

$$f = 1.15 * 10^{-5} \ Hz$$

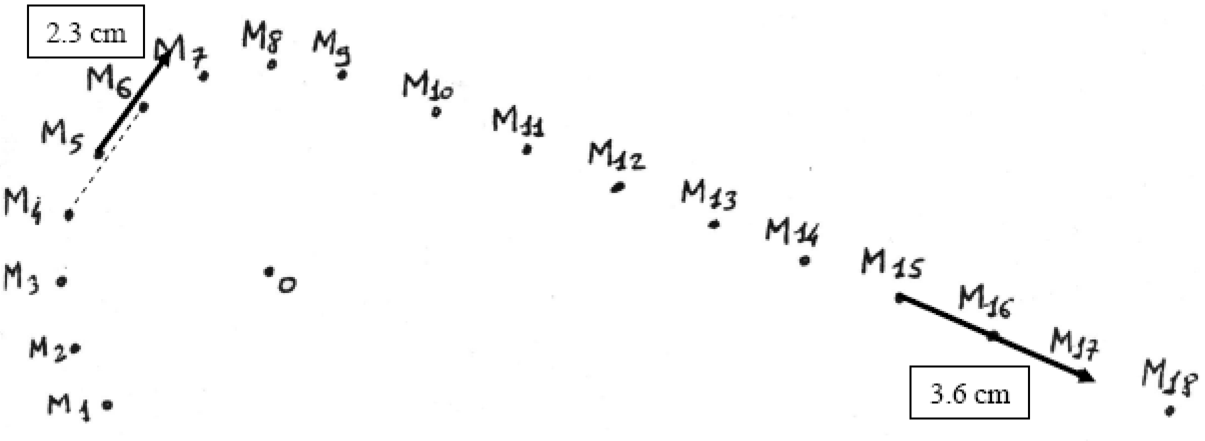
Exercice N°2 : mobile autoporteur

1) - Première phase : M_1M_9 Mouvement circulaire uniforme. Le vecteur vitesse du point M n'est pas contant, sa direction change mais pas sa valeur ni son sens.

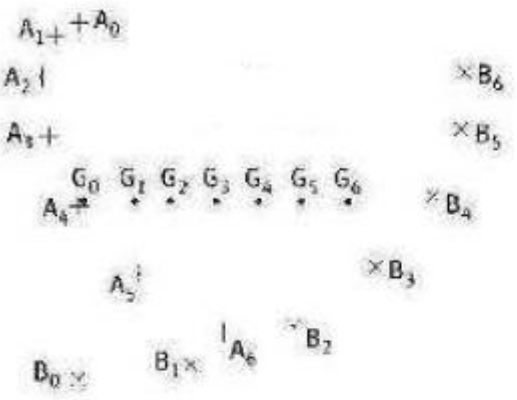
   - Deuxieme phase : $M_{10}M_{17}$ Mouvement rectiligne uniforme. Le vecteur vitesse est constant.

2) M_5 : $V_5 = \frac{1.6 * 10^{-2}}{40 * 10^{-3}} = 0.40 \, ms^{-1}$ M_{15} : $V_{15} = \frac{2.9 * 10^{-2}}{40 * 10^{-3}} = 0.72 \, ms^{-1}$

3) Nous connaissons la formule donnant la vitesse instantanée en fonction de la vitesse angulaire : $V_5 = r * \omega_2$ avec r le rayon de la trajectoire circulaire. (r = 3.0cm) D'où $\omega_2 = \frac{V_5}{r} = \frac{0.40}{3.0 * 10^{-2}} = 13 \, rad.s^{-1}$



Exercice N°3 : Etude du mouvement d'un solide



Echelle : 1 cm correspond 5cm

1) On applique la méthode de calcul de vitesse instantanée V_i du point A à l'instant t_i : On mesure la longueur du segment $A_{i-1}A_{i+1}$ que l'on divise par la durée $2\tau = t_{i+1} - t_{i-1}$:

$$V_i = \frac{A_{i+1} - A_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{A_{i+1} - A_{i-1}}{2 * \tau}$$

On trouve alors $V_A(t_2) = 0.88 m.s^{-1}$ et $V_A(t_5) = 1.8 m.s^{-1}$

Le vecteur vitesse à l'instant t_i est parallèle au segment $A_{i-1}A_{i+1}$ et à pour point d'origine le point i.

Le premier vecteur doit faire environ 1.8 cm, le deuxième environ 3.6 cm.

2) On trouve de la même manière : $V_B(t_2) = 1.9\ m.s^{-1}$ et $V_A(t_5) = 1.1\ m.s^{-1}$.

Le premier vecteur doit faire environ 3.8 cm, le deuxième environ 2.2 cm.

3) Voir schéma :

4) Les diverses positions de G sont alignées. En outre, les distances parcourues par G pendant la durée τ entre les instants t_i et t_{i+1} sont égales. Le vecteur vitesse de G est donc un vecteur constant : le mouvement de G rectiligne uniforme.

5) Le mouvement du solide n'est pas un mouvement de translation: les points A, B et G n'ont pas même vitesse à chaque instant et leurs trajectoires ne sont pas identiques.

Ce n'est pas non plus un mouvement de rotation autour d'un axe fixe: les trajectoires de A, B et G ne sont pas des cercles dont les centres appartiennent au même axe.

Exercice N°4 : Disques en rotation

1) On cherche à combien de radian correspond $\frac{1}{4}$ de tours et $\frac{1}{3}$ de tours: comme on sait qu'un tour correspond à 2π radian:

$$\frac{1}{4} * 2\pi = \frac{\pi}{2} rad \quad \text{et} \quad \frac{1}{3} * 2\pi = \frac{2\pi}{3} rad$$

On calcule les vitesses angulaires par la formule : $\omega = \frac{\theta}{t}$

Donc $\omega_1 = \frac{\frac{\pi}{2}}{5.0} = 0.31 rad/s$ et $\omega_2 = \frac{\frac{2\pi}{3}}{5.0} = 0.42 rad/s$

2) On trouve tout d'abord l'angle parcouru en une minute (60s) à l'aide de la vitesse:

Pour A_1 : $\theta = \omega * t = 0.31 * 60 = 19 rad$

Pour A_2 : $\theta = \omega * t = 0.42 * 60 = 25 rad$

Nous connaissons la relation dans le cercle qui dit que pour A_1 : $l = R * \theta$ avec la distance parcourue sur le cercle, θ l'angle décrit et r le rayon du cercle. D'où:

Pour A_1 : $l = R_1 * \theta = 20 * 10^{-2} * 19 = 3.8 m$

Pour A_2 : $l = R_2 * \theta = 30 * 10^{-2} * 25 = 3.8 m$

3) On a : $v = \frac{l}{t} = \frac{R * \theta}{t} = R * \omega$ D'où les vitesses linéaires:

Pour A_1 : $V(A_1) = R_1 * \omega_1 = 20 * 10^{-2} * 0.31 = 6.2 * 10^{-2}\ m/s$

Pour A_2 : $V(A_2) = R_2 * \omega_2 = 30 * 10^{-2} * 0.42 = 1.3 * 10^{-1}\ m/s$

SERIE N° 2
Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe

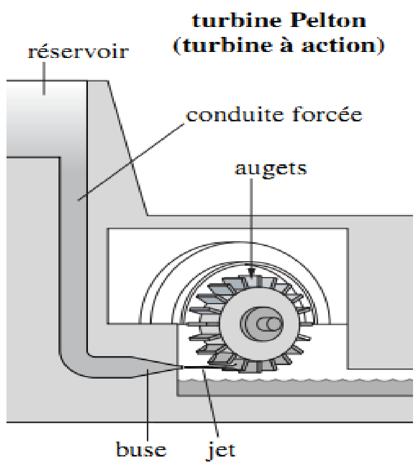
Exercice N°1 : Vrai ou Faux

1- Tous les points d'un solide en translation ont à chaque instant la même vitesse instantanée.
2- Tous les points d'un solide en rotation ont à chaque instant la même vitesse instantanée.
3- Lorsqu'un solide est en translation, tous ses points sont en mouvement uniforme.

Exercice N° 2 : Machine à Laver

Sur une machine à laver, est indiquée la vitesse de rotation (constante) du tambour lors de l'essorage : 800 tours par minute.
1- Quelle est sa vitesse angulaire en radian par seconde ?
2- En déduire la fréquence du mouvement de rotation.
3- Durant l'essorage, le linge reste plaqué contre la surface du tambour, assimilable à un cylindre de diamètre 80cm.
Quelle est la vitesse du linge durant l'essorage ?

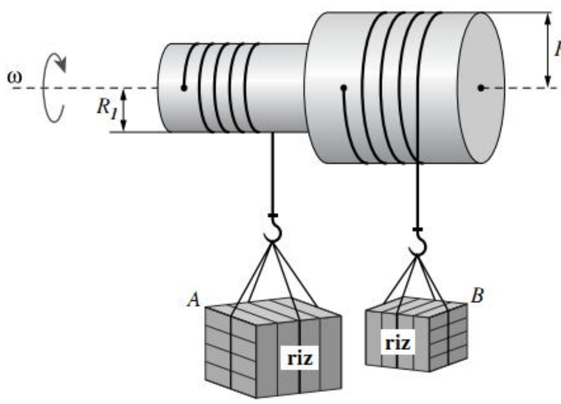
Exercice N° 3 : La turbine Pelton



La turbine Pelton est utilisée dans les centrales hydrauliques pour des hauteurs de chute d'eau H importantes pouvant aller jusqu'à 1800 mètres, mais de débit assez faible (~25m3/s). Son diamètre D varie de 0,6 à 3,5 mètres. La roue Pelton est entrainée par un jet d'eau. Les aubes de la turbine sont partagées par une arête médiane qui relie deux godets. Le jet d'eau frappe l'arête, se partage en deux, puis arrive finalement dans les godets. La vitesse v_1 périphérique de la roue est liée à la hauteur de chute par la relation $v_1 = 0,45x(2.g.H)^{1/2}$.
1- Caractériser le mouvement de la turbine.
2- Donner la relation entre la vitesse v_1, le diamètre D de la turbine et la vitesse angulaire ω puis la relation entre ω, D et la hauteur de chute H.
3- Une turbine du complexe de la grande dixence en suisse tourne à 428 tours par minute pour une hauteur de chute de 1883 m. Sa masse est de 28 tonnes. L'eau sort des injecteurs à la vitesse de 680 $km.h^{-1}$.
3- 1- Calculer le diamètre D de cette turbine.
3- 2- Comparer la vitesse v_1 à celle de l'eau sortant des injecteurs.

Données : Intensité de la pesanteur $g=9,8m.s^{-2}$

Exercice N° 4 : Un treuil pour charger ou décharger un bateau



Un treuil utilisé dans un port est schématisé ci-dessous ; il est constitué par deux cylindres solidaires et coaxiaux, de rayons respectifs R_1 et R_2. Sur chaque cylindre, s'enroule un câble auquel est accrochée une caisse. Lorsque le treuil est mis en rotation, les deux câbles s'enroulent en sens contraire. Ce système tourne alors à la vitesse angulaire de 20 $tr.min^{-1}$; R_1=20cm et R_2=40cm.
1- Décrire les mouvements des deux caisses A et B.
2- Calculer la vitesse d'un point situé à la circonférence de chaque cylindre.
3- En déduire les vitesses v_A et v_B des caisses A et B.
4- Refaire un schéma du système. Représenter sur ce schéma les vecteurs vitesses en A et en B en précisant l'échelle adoptée.

CORRECTION DE SERIE N° 2

Exercice N° 3 : La turbine Pelton

3. 1. La turbine est en mouvement de rotation autour d'un axe fixe.

2. $v_1 = D \cdot \frac{\omega}{2}$; $\omega = 0{,}90 \cdot \frac{(2 \cdot g \cdot H)^{1/2}}{D}$.

3. a. $D = 0{,}90 \cdot \frac{(2 \cdot g \cdot H)^{1/2}}{\omega} = 3{,}85$ m.

b. $v_1 = D \cdot \frac{\omega}{2} = 86{,}45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 311 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Les vitesses sont du même ordre de grandeur.

Exercice N° 4 : Un treuil pour charger ou décharger un bateau

4. 1. *A* descend, *B* monte.

2. $v_1 = R_1 \cdot \omega = 0{,}20 \times \frac{20 \times 2\pi}{60} = 0{,}42 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

et $v_2 = R_2 \cdot \omega = 0{,}40 \times \frac{20 \times 2\pi}{60} = 0{,}84 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3. $v_A = v_1$ et $v_B = v_2$.

4. Si on prend pour échelle des vitesses 1 cm $\leftrightarrow$ 0,2 m . s^{-1} :

- $\vec{v}_A$ sera un vecteur d'origine *A*, de direction verticale, de sens vers le bas et de longueur 2,1 cm ;
- $\vec{v}_B$ sera un vecteur d'origine *B*, de direction verticale, de sens vers le haut et de longueur 4,2 cm.

Exercice N°1

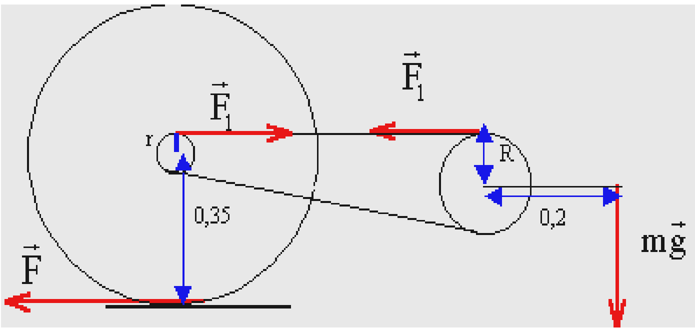
Une bicyclette a des roues de 700 mm de diamètre, trois pignons arrière de 5, 7.5 et 10 cm de rayon, deux plateaux de pédalier de 10 et 15 cm de rayon, deux pédales de 20 cm de rayon. On admet que seule une jambe du cycliste travaille à la fois. On admettra aussi que le cycliste de masse 50 kg appuie verticalement de tout son poids sur la pédale. (g= 10 N/kg).

1. La pédale est horizontale et le cycliste utilise le grand plateau et le petit pignon.
1.1- Calculer le travail de la force exercée par le cycliste pour un tour de pédalier.
1.2- En déduire la force de traction qui s'exerce sur la chaîne.
1.3- Calculer le travail de la force exercée par la chaîne sur le pignon arrière.
1.4- En déduire la force horizontale exercée par la roue sur le sol.

2. La pédale fait un angle de 30° avec l'horizontale. Le cycliste utilise les mêmes plateaux. Calculer la force horizontale exercée par la roue arrière sur le sol.

3. La pédale est horizontale et le cycliste utilise le petit plateau et le grand pignon. Calculer la force horizontale exercée par la roue arrière sur le sol.

Correction exercice N°1



1.1- Travail du poids du cycliste lorsque le pédalier fait un tour : $w(\vec{P}) = M_{(\vec{P})} * \Delta\theta = mg * 0.2 * 2\pi = 628J$

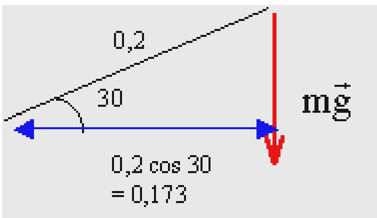
1.2- La force de traction et le poids du cycliste effectue le même travail : $w(\vec{F}_1) = M_{(\vec{F}_1)} * \Delta\theta = w(\vec{P})$ d'où F_1 = 628 /(6,28*0,15) = 666,6 N.

1.3- La roue arrière effectue R/r tour lorsque le pédalier fait un tour :

F_1 *2π r R/ r = F_1 *2π R = 628 J.

1.4- Travail de la force F (la roue arrière de rayon 0,35 m fait R/r tour) = 628N J $\Rightarrow F * 0.35 * 2\pi * \dfrac{R}{r} = 628 \Rightarrow F = 95.2N$

2. Calculs identiques en remplaçant : 0,2 par 0,2*cos30 = 0,173



Travail du poids : mg 2π 0,173 = 500*6,28*0,173 = 543 J.

F_1*2π R= 543 d'où F_1 = 543 /(6,28*0,15) = 576,6 N.

F*6,28 *0,35 *0,15 /0,05 = 543 d'où F = 82 N.

3. Calculs identiques en remplaçant : R/r par 0,1 / 0,1 =1

La roue arrière fait un tour lorsque le pédalier fait un tour

* mg 2π 0,2 = 500*6,28*0,2 = 628 J.
* F_1*2π R= 628 d'où F_1 = 628 /(6,28*0,1) = 1000 N.

* F*6,28 *0,35 *0,1 /0,1 = 628 d'où F = 286 N.

Exercice N°2

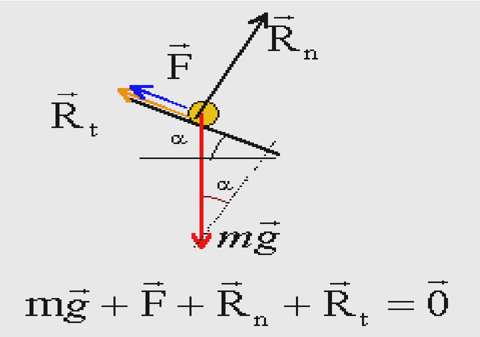
1. Sans pédaler, 1 cycliste descend 1 côte rectiligne de pente p = 6 % à la vitesse constante V = 25 km /h. La masse du système {cycliste +bicyclette} est M = 80 kg. On décompose la réaction de la route sur chaque roue en une composante normale R_n et une composante parallèle à la route R_t; R_t = 5,0 N sur chaque roue. Calculer la valeur F de la force de frottement de l'air sur le système {cycliste + bicyclette}.

2. Le cycliste roule sur une route horizontale à la même vitesse. La force de frottement exercée par la route sur la roue avant à la même valeur qu'à la 1ère question. Il en est de même pour la force de frottement de l'air.
2.1- Représenter la composante $R_{t'}$ de la force de frottement sur la roue arrière. Dans ce cas la roue arrière est motrice.
2.2- Calculer la valeur $R_{t'}$ de cette force de frottement.

3. Même question si le cycliste monte maintenant une côte de pente 6 %.

Correction exercice N°2

sin α = 0,06 ; vitesse constante donc la somme vectorielle des forces est nulle.

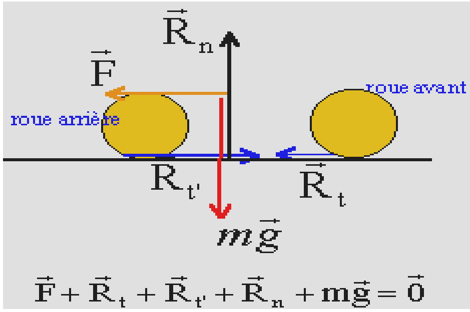


1. Projection de cette relation sur un axe parallèle au plan, orienté vers le bas :

mg sin α -F-R_t = 0 donne F = mg sin α -R_t

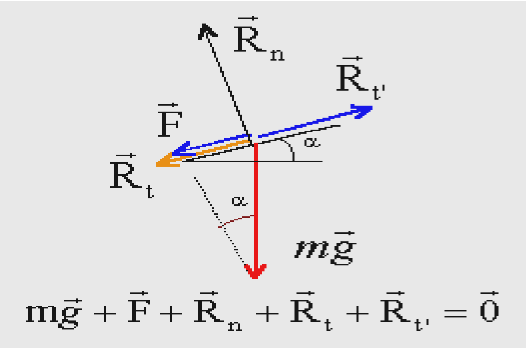
Avec mg sin α = 80*9,8*0,06 = 47,04 N et R_t = 2*5 = 10 N

Donc F = 47,04-10 = 37,04 N.



Le poids et l'action du sol Rn sont opposés.

Projection de cette relation sur un axe parallèle au plan, orienté à droite: -R_t -F + $R_{t'}$ =0 donc $R_{t'}$ = R_t + F
Attention ici R_t = 5 N (frottement résistant sur la roue avant) $R_{t'}$ = 5 + 37,04 = 42,04 N.



Projection de cette relation sur un axe parallèle au plan, orienté vers le haut : $-mg \sin \alpha - F - R_t + R_{t'} = 0$ donne $R_{t'} = mg \sin \alpha + R_t + F$

Avec $mg \sin \alpha = 80*9,8*0,06 = 47,04$ N ; $R_t = 5$ N ; $F = 37,04$ N

Donc $R_{t'} = 47,04 + 5 + 37,04 =$ 89,08 N.