SERIE N° 3

Travail et puissance d'une force

EXERCICE 1

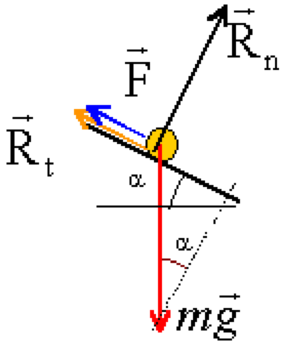
1. Sans pédaler, 1 cycliste descend 1 côte rectiligne de pente p = 6 % à la vitesse constante V = 25 km /h. La masse du système {cycliste +bicyclette} est M = 80 kg. On décompose la réaction de la route sur chaque roue en une composante normale R_n et une composante parallèle à la route R_t ; R_t = 5,0 N sur chaque roue. Calculer la valeur F de la force de frottement de l'air sur le système {cycliste + bicyclette}.
2. Le cycliste roule sur une route horizontale à la même vitesse. La force de frottement exercée par la route sur la roue avant à la même valeur qu'à la 1ère question. Il en est de même pour la force de frottement de l'air.

- représenter la composante $R_{t'}$ de la force de frottement sur la roue arrière. Dans ce cas la roue arrière est motrice.
- calculer la valeur $R_{t'}$ de cette force de frottement.

3. Même question si le cycliste monte maintenant une côte de pente 6 %.

CORRECTION DE L'EXERCICE N°1

sin α = 0,06 ; vitesse constante donc la somme vectorielle des forces est nulle.



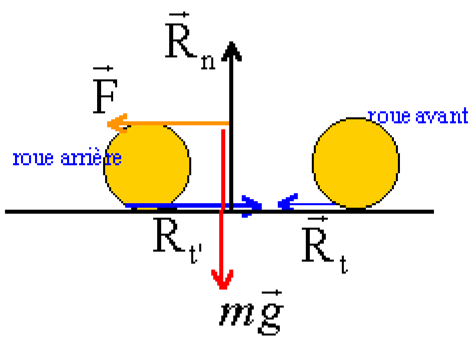
$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{R}_n + \vec{R}_t = \vec{0}$$

projection de cette relation sur un axe parallèle au plan, orienté vers le bas :

mg sin α -F-Rt = 0 donne F = mg sin α -Rt

avec mg sin α = 80*9,8*0,06 = 47,04 N et Rt = 2*5 = 10 N

donc F = 47,04-10 = 37,04 N.



$$\vec{F} + \vec{R}_t + \vec{R}_{t'} + \vec{R}_n + m\vec{g} = \vec{0}$$

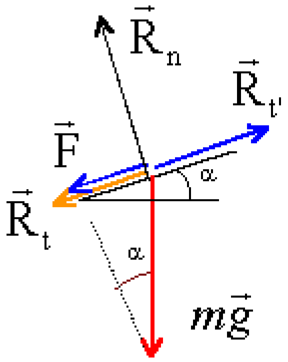
le poids et l'action du sol Rn sont opposées.

projection de cette relation sur un axe parallèle au plan, orienté à droite :

$-R_t$ -F + $R_{t'}$ =0 donc $R_{t'} = R_t + F$

attention ici R_t = 5 N (frottement résistant sur la roue avant)

$R_{t'}$ = 5 + 37,04 = 42,04 N.



$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{R}_n + \vec{R}_t + \vec{R}_{t'} = \vec{0}$$

projection de cette relation sur un axe parallèle au plan, orienté vers le haut :

$-mg \sin \alpha - F - R_t + R_{t'} = 0$ donne $R_{t'} = mg \sin \alpha + R_t + F$

avec $mg \sin \alpha = 80*9,8*0,06 = 47,04$ N ; $R_t = 5$ N ; F = 37,04 N

donc $R_{t'} = 47,04 + 5 + 37,04 =$ 89,08 N.

EXERCICE 2

Une bicyclette a des roues de 700 mm de diamètre, trois pignons arrière de 5, 7.5 et 10 cm de rayon, deux plateaux de pédalier de 10 et 15 cm de rayon, deux pédales de 20 cm de rayon. On admet que seule une jambe du cycliste travaille à la fois. On admettra aussi que le cycliste de masse 50 kg appuie verticalement de tout son poids sur la pédale.(g= 10 N/kg)

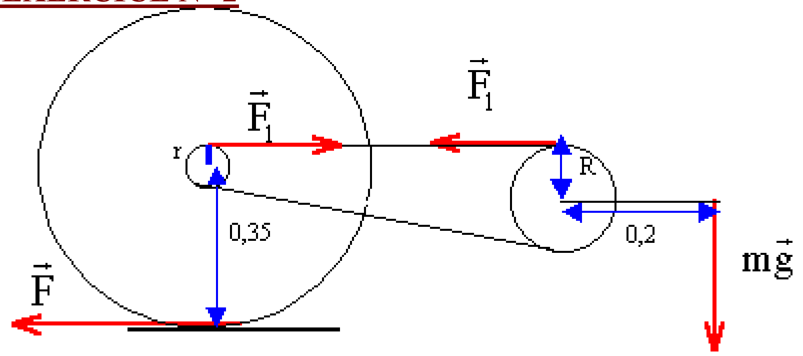
1. La pédale est horizontale et le cycliste utilise le grand plateau et le petit pignon.

- Calculer le travail de la force exercée par le cycliste pour un tour de pédalier.
- En déduire la force de traction qui s'exerce sur la chaîne.
- Calculer le travail de la force exercée par la chaîne sur le pignon arrière.
- En déduire la force horizontale exercée par la roue sur le sol.

2. La pédale fait un angle de 30° avec l'horizontale. Le cycliste utilise les mêmes plateaux. Calculer la force horizontale exercée par la roue arrière sur le sol.

3. La pédale est horizontale et le cycliste utilise le petit plateau et le grand pignon. Calculer la force horizontale exercée par la roue arrière sur le sol.

CORRECTION DE L'EXERCICE N° 2



travail du poids du cycliste lorsque le pédalier fait un tour : (2π 0,2 mètre)

mg 2π 0,2 = 500*6,28*0,2 = 628 J.

La force de traction et le poids du cycliste effectue le même travail :

F_1*2π R= 628 d'où F_1 = 628 /(6,28*0,15) = 666,6 N.

la roue arrière effectue R/r tour lorsque le pédalier fait un tour :

F_1 *2π r R/ r = F_1 *2π R = 628 J.

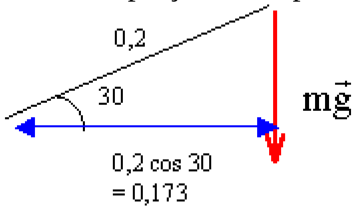
travail de la force F (la roue arrière de rayon 0,35 m fait R/r tour) = 628 J

F 2π 0,35*R/r = 628

F*6,28 *0,35 *0,15 /0,05 = 628

F= 95,2 N.

calculs identiques en remplaçant : 0,2 par 0,2*cos30 = 0,173



travail du poids : mg 2π 0,173 = 500*6,28*0,173 = 543 J.
F_1*2π R= 543 d'où F_1 = 543 /(6,28*0,15) = 576,6 N.
F*6,28 *0,35 *0,15 /0,05 = 543 d'où F = 82 N.

calculs identiques en remplaçant : R/r par 0,1 / 0,1 =1
la roue arrière fait un tour lorsque le pédalier fait un tour
mg 2π 0,2 = 500*6,28*0,2 = 628 J.
F_1*2π R= 628 d'où F_1 = 628 /(6,28*0,1) = 1000 N.
F*6,28 *0,35 *0,1 /0,1 = 628 d'où F = 286 N.

Énoncé

Une cabine de funiculaire est tractée par un câble dont la tension est assurée par un moteur électrique commandé par ordinateur. La voie est construite sur une pente faisant un angle de 45° avec le plan horizontal. La masse de la cabine est m = 3,6 t. Lors des déplacements, le mouvement est rectiligne.

A. Démarrage de la cabine à la montée

Le calculateur ajuste la tension du câble de traction de telle sorte que l'accroissement de la vitesse soit de 1 m . s^{-1} pendant les trois premières secondes de la montée.

1. Représenter le vecteur $\Delta\vec{v}_G$ et la résultante des forces $\vec{F}$ appliquées à la cabine. Justifier cette représentation.

2. Calculer la vitesse acquise à la fin de cette phase de démarrage.

B. Montée de la cabine à vitesse constante

1. Faire l'inventaire des forces agissant sur la cabine lors de cette phase.

2. Quelle relation ces forces vérifient-elles ? Justifier.

3. La composante de frottement sur la voie est 0,12 fois la composante normale. Représenter les forces et déterminer les valeurs de leurs composantes tangentielles et normales.

4. La vitesse est $v = 10{,}8 \text{ km . h}^{-1}$.

a. Établir la relation entre la puissance développée $\mathcal{P}$ et la valeur de la force F dont le point d'application se déplace à la vitesse v au cours d'un déplacement rectiligne et uniforme.

b. Calculer la puissance développée par la force exercée par le câble.

5. Calculer le travail de la force de pesanteur lorsque la cabine passe de l'altitude $z_1 = 1\,052$ m à l'altitude $z_2 = 1\,437$ m.

C. Arrivée de la cabine

Le dispositif informatisé ajuste la tension du câble de telle sorte que la cabine s'immobilise en 3 secondes.

Représenter le vecteur $\Delta\vec{v}_G$ et la résultante $\vec{F}$ des forces agissant sur la cabine.

D. Descente de la cabine à vitesse constante

1. Faire l'inventaire des forces appliquées à la cabine.

2. Les frottements sont inchangés. Déterminer les composantes tangentielles et normales des forces appliquées.

3. Évaluer la puissance développée par la traction du câble, la vitesse de descente étant égale à 10,8 km . h^{-1}.

4. Calculer, pour un déplacement de longueur $L = 544$ m, le travail :

a. de la traction du câble;

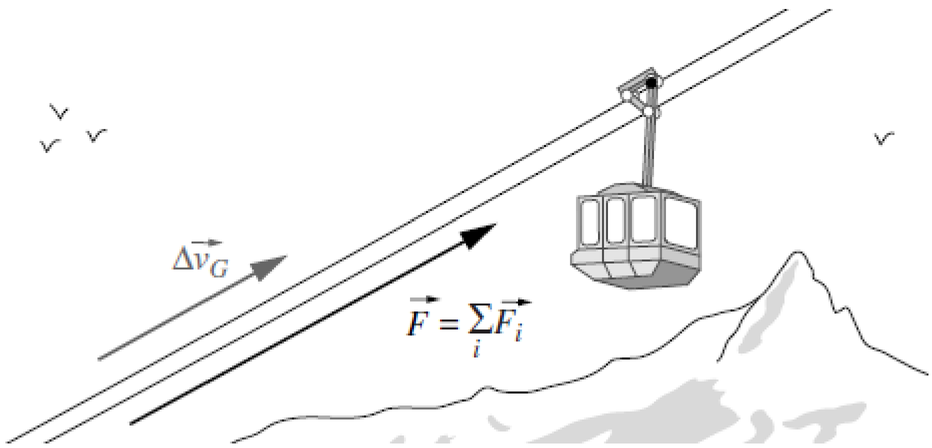
b. de la résultante des frottements;

c. du poids de la cabine.

5. Évaluer le travail de la résultante des forces agissant sur la cabine au cours de la descente à vitesse constante.

REPONSE

A. 1.



La deuxième loi de NEWTON relie $\vec{F}$ et $\Delta\vec{v}_G$: ces deux vecteurs ont mêmes direction et sens.

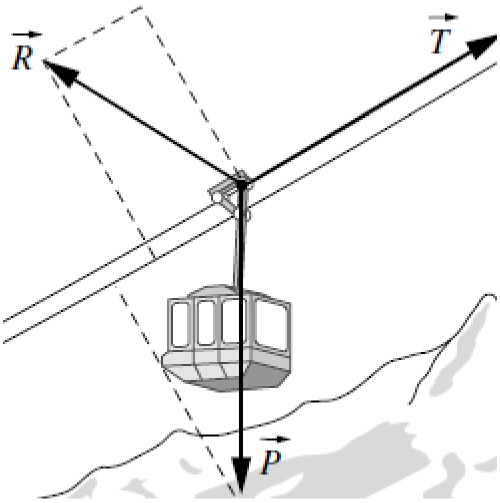
2. En 3 secondes, la vitesse augmente de 3×1 m . s^{-1} à partir de la valeur 0 ; donc $v = 3$ m . s^{-1}.

B. 1. Les forces agissant sur la cabine sont :
– son poids $\vec{P}$;
– la traction $\vec{T}$ du câble ;
– la réaction $\vec{R}$ du support (voie).

2. D'après la première loi de NEWTON, ou principe de l'inertie, ces forces se compensent, car la cabine a un mouvement rectiligne et uniforme :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}.$$

3. Représentation des forces appliquées :



Calcul des valeurs des composantes : $P_T = P \cdot \sin 45°$, avec $P = 3{,}6 \times 10^3 \times 9{,}8 = 3{,}5 \times 10^4$ N.

$P_T = 2{,}5 \times 10^4$ N.

$P_N = P \cdot \cos 45°$; $P_N = 2{,}5 \times 10^4$ N.

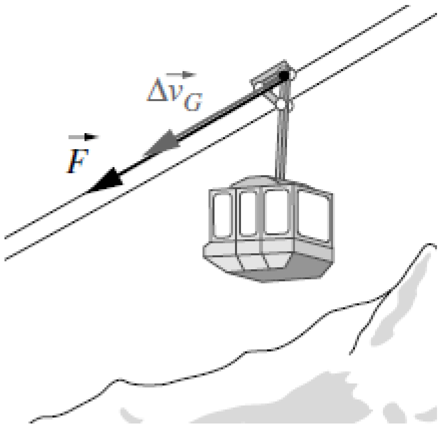
$R_N = P_N$; $R_N = 2,5 \times 10^4$ N.
$R_T = 0,12 \times R_N$; $R_T = 3,0 \times 10^3$ N.
$T = P_T + R_T$; $T = 2,8 \times 10^4$ N.

4. a. $\mathcal{P} = \dfrac{W}{\Delta t} = T \cdot v$.

b. $\mathcal{P} = 2,8 \times 10^4 \times (10,8/3,6)$; $\mathcal{P} = 84$ kW ou 113 ch.

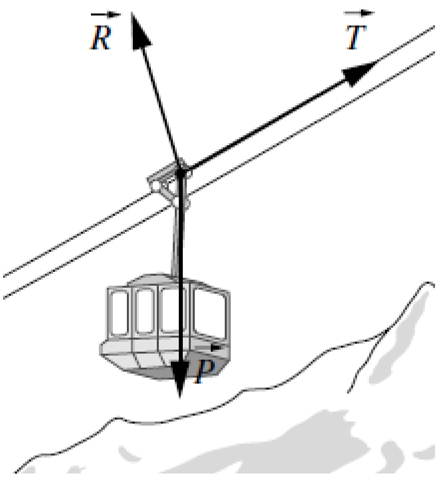
5. $W = P \cdot (z_1 - z_2)$;
$W = 3,5 \times 10^4 \times (1\,052 - 1\,437)$, soit $W = -14$ MJ.

C. D'après la deuxième loi de NEWTON, les vecteurs $\Delta\vec{v}_G$ et $\vec{F}$ ont mêmes direction et sens.



D. 1. Les forces sont les mêmes : le poids, la traction du câble et la réaction du support.

2. La représentation des forces appliquées à la cabine est donnée ci-contre.



Les valeurs des composantes du poids sont inchangées :
$P_T = P_N = 2,5 \times 10^4$ N.
Les valeurs des composantes de la réaction sont les mêmes :
$R_T = 3,0 \times 10^3$ N et $R_N = 2,5 \times 10^4$ N.
La traction du câble et la composante tangentielle de la réaction compensent la composante tangentielle du poids ; d'où la relation : $T + R_T = P_T$; soit $T = P_T - R_T$.
$T = 2,5 \times 10^4 - 3,0 \times 10^3 = 2,2 \times 10^4$ N.

3. Nous utilisons la relation établie en **B. 4.** :
$\mathcal{P} = T \cdot v = 2,2 \times 10^4 \times 3$, soit $\mathcal{P} = 66$ kW ou 90 ch.

4. Calcul du travail :

a. de la traction du câble : $W_1 = -T \cdot L$; $W_1 = -12$ MJ ;

b. de la réaction du support : $W_2 = -R_T \cdot L$;

$W_2 = -1,6$ MJ ;

c. du poids : $W_3 = + P \cdot h = + P \cdot L \cdot \sin 45°$;

$W_3 = 13,6$ MJ ou 14 MJ avec deux chiffres significatifs.

5. Évaluation du travail reçu par la cabine et fourni par les forces appliquées

Ce travail est nul, car la cabine est en translation rectiligne et uniforme. La résultante des forces est nulle, donc son travail est également nul. En effet, on constate que $W_1 + W_2 + W_3 = 0$.

Exercice résolu

Exercice

Un livre est posé sur une table horizontale,; pour le faire glisser sur la table, il faut exercer une force horizontale de valeur 3N, et pour le soulever, une force verticale de valeur 5N. Calculer le travail à fournir pour :

1- soulever le livre de 30cm, puis le remettre en place ;

2- faire glisser le livre de 50cm, puis le remettre en place.

Solution de l'exercice:

1- Pour maintenir le livre en l'air, il faut exercer une force verticale dirigée vers le haut, que l'on soulève le livre ou qu'on le redescende.

Quand on soulève le livre, la force et le déplacement ont même direction et même sens :

$$\mathrm{W} = \vec{\mathrm{F}} \bullet \overrightarrow{M_1M_2} = F \times M_1M_2 = 5 \times 0.3 = 1.5\ J$$. Le travail fourni est moteur.

Quand on le repose, la force et le déplacement ont même direction mais sont de sens inverse :

$$\mathrm{W} = \vec{\mathrm{F}} \bullet \overrightarrow{M_1M_2} = -F \times M_1M_2 = -5 \times 0.3 = -1.5\ J$$. Le travail à fournir est résistant.

2- Quand on fait glisser le livre, la force exercée compense les frottements, qui s'opposent au mouvement du livre : elle est donc dans la même direction et le même sens que le déplacement:

$$\mathrm{W} = \vec{\mathrm{F}} \bullet \overrightarrow{M_1M_2} = F \times M_1M_2 = 5 \times 0.3 = 1.5\ J$$. Le travail fourni est moteur.

Quand on remet le livre en place en le faisant à nouveau glisser, le déplacement change de sens, mais la force à exercer aussi, puisque les frottements s'opposent toujours au déplacement du livre. :

$$\mathrm{W} = -\vec{\mathrm{F}} \bullet \overrightarrow{M_1M_2} = F \times M_1M_2 = 5 \times 0.3 = 1.5\ J$$

Exercice

Comparer le travail du poids lorsque :

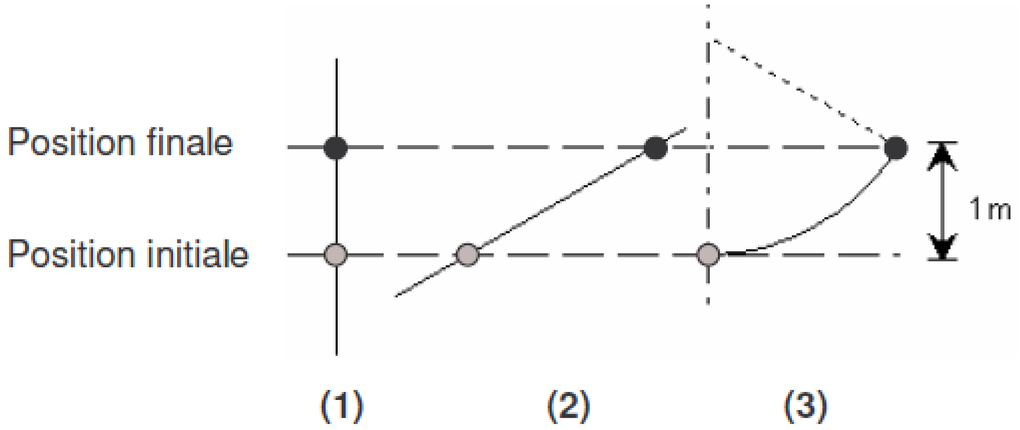
(1) on soulève de 1m un poids de 500Nà l'aide d'une corde et d'une poulie ;

(2) on le fait glisser vers le haut de 2 m, sur un plan incliné de 30° par rapport à l'horizontale ;

(3) on lâche le solide accroché à un câble faisant un angle de 60° par rapport à la verticale.

Solution :

Les trajets sont différents, mais dans les 3 cas le solide a un déplacement vertical de 1m, et le travail moteur à fournir vaut 500 x 1 = 500 J.



Énoncé :

Comparer la puissance moyenne à fournir pour soulever de 10 m un solide de poids 500N :
(1) à l’aide d’une corde et d’une poulie, en 20 secondes
(2) à l’aide d’un treuil motorisé, en 4 secondes

Solution :

Le travail fourni à la même valeur dans les deux cas : W = P h = 5.10^3J .
Comme la puissance moyenne est définie par : P = W/dt,
dans le premier cas, elle vaut :$P_1 = 5.10^3/20 = 250W$;
dans le deuxième : $P_2 = 5.10^3/4 = 1250W = 1{,}25$ kW.

Énoncé :

Calculer la puissance instantanée développée par une force de 200 N pour déplacer son point d'application à la vitesse de 2 $m.s^{-1}$ le long d'une droite faisant un angle de 60°.

Solution :

Pour déplacer le point d'application de M_1 à M_2 sur la droite, il faut fournir un travail : 2

$$W = \vec{F} \bullet \overrightarrow{M_1M_2} = F \times M_1M_2 \cos 60° = 5 \times 0.3 = 1.5\ J$$

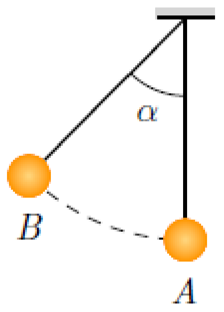
Le point d'application de la force se déplace à la vitesse v définie par $\dfrac{M_1M_2}{dt}$

D'où P = W/dt = F.v.cos60° ou encore $P = \vec{F}.\vec{V}$

Application numérique : P = 200 x 2 x 0,5 = 200W.

Exercice 4.2 Une automobile de masse 1100 kg roule à vitesse constante sur un tronçon rectiligne de 2 km, puis monte une pente de 8% pendant 1500 m. On supposera que les forces de frottement qui s'opposent au déplacement gardent une valeur constante de 1850N tout au long du trajet.
1. Calculez le travail du poids sur le trajet complet.
2. Calculez le travail de la force de frottement sur le trajet complet.

Exercice 4.3 Un pendule simple est constitué d'une boule de masse 50 g accrochée au bout d'un fil de longueur 30 cm, de masse négligeable. La boule reçoit en A une impulsion qui la fait remonter jusqu'en B, de telle manière que le pendule fait alors un angle $\alpha = 30°$ avec la verticale.



1. Calculez le travail du poids de la boule entre A et B.
2. Quel est le travail entre A et B de la force exercée par le fil sur la boule ? Motivez !
3. Quel serait le travail du poids de la boule, si le pendule faisait un tour complet ? Expliquez !

1)- Exercices 15 page 46

Exploiter une chronophotographie :

Le document ci-contre est la chronophotographie d'une roue de bicyclette dont le cadre est maintenu immobile. On a collé une pastille blanche sur un rayon. L'intervalle de temps entre deux prises de vue consécutives est égal à 40 ms.

1. Caractériser le mouvement de la roue.
2. Déterminer la vitesse angulaire **ω** de la roue.
3. Calculer la valeur **v** de la vitesse d'un point situé à sa périphérie.
4. Déterminer la période **T** de rotation de la roue.

Donnée : diamètre de la roue **D** = 50 cm

Correction :

1. Caractéristiques du mouvement de la roue :

- La roue (mobile) est animée d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe par rapport à la fourche (Référentiel). L'axe de rotation de la roue est perpendiculaire au plan de la roue et passe par le centre de la roue.

- Le mouvement de la roue est uniforme car le disque blanc parcourt des arcs égaux pendant des durées égales (τ = 40 ms)

2. Vitesse angulaire de la roue :

- Pour faire un tour, la roue met la durée suivante : $\Delta t = 10\,\tau \approx 4{,}0 \times 10^{-2}$ ms = 0,40 s

$$\omega = \frac{\alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{10 \times 40 \times 10^{-3}}$$

$\omega \approx 16$ rad / s

3. Valeur de la vitesse **v** d'un point situé à la périphérie :

- Relation :

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow v = \omega \frac{D}{2}$$

50×10^{-2}

$$\mathbf{v} = 16 \times \frac{}{2}$$

$\mathbf{v} \approx 4{,}0$ m / s

$\mathbf{v} \approx 3{,}9$ m / s

Résultat obtenu en gardant en mémoire dans la calculatrice les résultats intermédiaires.

4. Période de rotation de la roue.

- La roue effectue un mouvement périodique :

- Un phénomène périodique est un phénomène qui se reproduit de manière identique au bout d'une durée appelée période, notée **T**.

- Ici la période est la durée pour effectuer un tour : **T** = 0,40 s

- On peut en déduire la fréquence du mouvement de la roue :

$$\mathbf{f} = \frac{1}{\mathbf{T}} = \frac{1}{0{,}40}$$

$\mathbf{f} \approx 2{,}5$ Hz