SERIE N° 4

EXERCICE

Un solide ponctuel de masse m se déplace sur la piste schématisée ci-dessous. La portion AB est un arc de cercle de rayon r, d'angle θ , de centre O ; la portion BC est un segment horizontal. Les frottements sont négligés sur la partie circulaire. Sur la partie BC les frottements sont assimilables à une force constante f, colinéaire au vecteur vitesse.

On lance le solide du point A avec une vitesse v_A tangente au cercle.

Comment évoluent l'énergie cinétique et l'énergie potentielle au cours du mouvement ?

- Que peut-on dire de l'énergie mécanique, somme des deux énergies précédentes ?
- Sous quelle forme est transférée l'énergie "perdue" ?

Exprimer la vitesse en B en fonction de r, g, v_A et θ. Calculer v_B.

Indiquer la nature du mouvement du solide entre B et C.

- Exprimer la valeur de la force de frottement en fonction de v_B, v_C et d=BC.

-calculer f.

<u>données</u> : m =100g ; r = 1,5 m ; $v_C = v_A$ =2 m/s; θ =60° ; BC=2 m.

---

corrigé

---

l'énergie cinétique augmente, car la vitesse augmente en passant de A en B

l'énergie potentielle de pesanteur diminue en passant de A en B car l'altitude de B est inférieure à celle de A.

sur le plat, l'énergie cinétique diminue du fait des frottements et l'énergie potentielle reste constante.

l'énergie mécanique reste constante au cours du déplacement AB, diminue de B en C car frottement (dégagement de chaleur)

<u>écrire le théorème de l'énergie cinétique entre A et B</u> :

variation de l'énergie cinétique : $\Delta Ec = ½mv^2_B - ½mv^2_A$

travail du poids : $mg(h_A-h_B)$

on choisit l'altitude de B comme origine de l'énergie potentielle

calcul de h_A:

travail du poids = $mgOB(1- \cos \theta)$

l'action du support, perpendiculaire à la vitesse ne travaille pas

$\Delta Ec = ½mv^2_B - ½mv^2_A = mgOB(1- \cos \theta)$

diviser par la masse m et multiplier par deux :

$v^2_B - v^2_A = 2gOB(1- \cos \theta)$

$v^2_B = v^2_A + 2gOB(1- \cos \theta)$.

<u>application numérique</u> :

$v^2_B = 4 + 2*9,8 *1,5(1-\cos60) = 4 +14,7 = 18,7$

prendre la racine carrée :v_B = <u>4,32 m/s</u>.

<u>écrire le théorème de l'énergie cinétique entre B et C</u> :

la vitesse diminue entre B et C du fait des frottements : mouvement rectiligne uniformément freiné

variation de l'énergie cinétique : $\Delta Ec = ½mv^2_C - ½mv^2_B$

poids et action du sol perpendiculaires à la vitesse ne travaillent pas entre B et C

travail des frottements, colinéaire au vecteur vitesse mais de sens contraire. : -f BC = -f d

$½mv^2_C - ½mv^2_B = -f\ d$

$f = ½m(v^2_B - v^2_C) / d$

f = 0,5*0,1 (18,7 -4) / 2 = <u>0,3675 N</u>.

Un pendule est constitué d'une bille quasi ponctuelle de poids P =0,5 N, d'un fil de longueur L = 40 cm, de masse négligeable, attaché en O au support horizontal. Le pendule est écarté d'un angle θ=60° de sa position initiale verticale, puis abandonné sans vitesse initiale. Il se met alors à osciller.

Quel est le travail du poids P entre la position initiale B et le passage à la position verticale A ?
La tension du fil est-elle une force constante ?
- Quel est le travail de cette force ?
Comment évoluent l'énergie cinétique et l'énergie potentielle au cours du mouvement ?
- Que peut-on dire de l'énergie mécanique, somme des deux énergies précédentes ?

corrigé

travail du poids :

A : origine des altitudes
travail du poids sur le trajet BA = mg (h_B-h_A)= mgOA(1 -cos θ)
mg = 0,5 N ; L =OA = 0,4 m et θ=60°
W = 0,5 *0,4(1- 0,5) = 0,1 J.
ce travail est nul sur une demi oscillation (même altitude de départ et d'arrivée)
tension : force variable mais perpendiculaire à la vitesse donc elle ne travaille pas.
en B : l'énergie mécanique est sous forme potentielle de pesanteur (énergie cinétique nulle)
au passage à la position d'équilibre en A elle est sous forme d'énergie cinétique (altitude nulle)
l'énergie mécanique reste constante car seul le poids travaille au cours de ce déplacement.

Une petite planète de masse m=10^{15} kg décrit une orbite élliptique autour du soleil S. Elle passe par le point le plus proche du soleil , appelé périhélie P_0 à un instant choisi comme origine des dates. Elle parvient 39 mois plus tard au point le plus éloigné appelé aphélie et noté P_{13}. Ses positions successives sont repérées à intervalle de temps constant.
L'échelle utilisées est-elle que 1 cm correspond à 1 U.A = 1,5 10^{11} m.

Donner la définition de l'unité astronomique 1 U.A.
Déterminer en m/s les vitesses en P_0 et en P_{13}.($P_{12}P_{13}$+$P_{13}P_{14}$ = 1 cm et $P_{24}P_0$ +P_0 P_1 =2 cm)
Calculer l'énergie cinétique de la planète en P_0 et en P_{13}.
- En déduire le travail réalisé par la force de gravitation sur la portion P_0P_{13}.
- Que vaut-il sur la portion suivante $P_{13}P_0$.

corrigé

l'unité astronomique est la distance moyenne terre soleil.
dans le référentiel héliocentrique (origine le centre du soleil et les axes pointent vers des étoiles lointaines fixes) on calcule la vitesse moyenne sur le parcours $P_{24}P_1$ puis sur le parcours $P_{12}P_{14}$.
distance : $P_{24}P_1$ = 2*1,5 10^{11} = 3 10^{11} m
39 mois correspondent à 13 intervalles de temps : la durée du parcours $P_{24}P_1$ est de 39 /13 *2 = 6 mois
durée 6 *30*24*3600 = 1,55 10^7 s.
vitesse en P_0 = 3 10^{11} /1,55 10^7= 2 10^4 m/s.
distance : $P_{14}P_{12}$ = 1*1,5 10^{11} = 1,5 10^{11} m
durée du parcours : 6 *30*24*3600 = 1,55 10^7 s.
vitesse en P_{13} = 1,5 10^{11} /1,55 10^7= 1 10^4 m/s.

énergie cinétique (J) = ½ m v²
en P_0 : 0,5 *10^{15} * 4 10^8 = 2 10^{23} J.
en P_{13} : 0,5 *10^{15} * 10^8 = 0,5 10^{23} J.
appliquer le théorème de l'énergie cinétique à la planète, soumise uniquement à la force de gravitation exercée

par le soleil.

$\Delta Ec = 0,5\ 10^{23}$ -2 10^{23} - = - 1,5 10^{23} J

travail résistant de la force de gravitation sur le premier demi tour : - 1,5 10^{23} J .

le travail sur un tour est nul (pas de variation d'énergie cinétique sur un tour)

donc travail moteur de la force de gravitation sur le second demi tour : 1,5 10^{23} J .

Un bloc de 80 kg est immobile en bas d'un plan incliné d'un angle de 30° sur l'horizontale (position A). Pour être hissé en haut du plan incliné, le bloc est relié à un treuil par l'intermédiaire d'une corde. La corde, parallèle au plan incliné, exerce sur le bloc une force de traction constante de valeur F=520N. Le bloc arrive en haut du plan incliné (position B) avec une vitesse de 2,20 m/s, après avoir parcouru une distance de 6,5 m.

Calculer la variation de l'énergie cinétique du bloc Ec(B)-Ec(A).

Représenter sur un schéma les forces extérieures agissant sur le bloc.

Calculer la somme algébrique du travail du poids et de la force de traction.

- Cette somme est-elle égale à Ec(B)-Ec(A)? Expliquer.

---

corrigé

---

bloc immobile au départ : énergie cinétique nulle en A

à l'arrivée en B : ½mv² = 0,5*80*2,2² =193,6 J

variation énergie cinétique :Ec(B)-Ec(A) = 193,6 J .

l'action du plan R_N est perpendiculaire au plan et en conséquence ne travaille pas.

les forces de frottement parallèle au plan vers le bas du plan

travail résistant : -6,5 f

force de traction parallèle au plan vers le haut du plan : son travail est moteur : 520*6,5 = 3380 J

le poids, verticale vers le bas

son travail est résistant, on monte la cote : mg (H_A- H_B) avec H_A- H_B = -6,5 sin 30 = - 3,25 m

80*9,8*(-3,25) = -2548 J

la somme de ces 3 travaux doit être égale à la variation d'énergie cinétique :

-6,5 f -2548 +3380 = 193,6

d'où f = 98,2 N

Dans ce cas les frottements ne sont pas négligeables.

Etude énergétique du saut

On veut comparer la puissance moyenne développée au cours d'un saut sur place par différentes espèces. Le saut comporte deux phases. Partant d'une vitesse nulle, l'individu se détend pendant une durée τ ; il quitte alors le sol en translation avec une vitesse initiale verticale v. Il s'élève alors sur une hauteur h où sa vitesse s'annule, puis retombe. On a mesuré pour des individus de différentes espèces, cette durée τ et la hauteur h atteinte.

	puce	taupin	criquet	homme
masse	0,49 mg	40 mg	3 g	70 kg
h	20 cm	30 cm	59 cm	60 cm
τ	0,8 ms	0,64 ms	2,35 ms	233 ms

Quel est le travail du poids de l'individu qui saute, entre l'instant du décollage et le sommet de sa trajectoire ?

En négligeant l'action de l'air, calculer l'énergie cinétique acquise au moment du décollage et la vitesse correspondante pour chaque espèce.

D'où provient l'énergie nécessaire ?

Calculer la puissance moyenne développée par le travail des forces musculaires au cours de la détente de chaque individu.

Si l'on ramène cette puissance à la même masse pour tous les individus (par exemple 1 kg), quelle est l'espèce la plus performante à la détente ?

En réalité les petits animaux doivent développer une puissance bien plus importante que celle qui vient d'être évaluée pour atteindre la même hauteur. A votre avis, pourquoi ? Donnée : g = 10 $N.kg^{-1}$.

corrigé

Travail du poids, résistant en montée, de l'espèce qui saute, entre l'instant du décollage et le sommet de sa trajectoire :

W = - mgh avec m en kg ; g en $N.kg^{-1}$; h en m et W en J.

Puce : -4,9 10^{-7} *10*0,2 = -9,8 10^{-7} J

Taupin : - 4 10^{-5} *10*0,3 = -1,2 10^{-4} J

criquet : - 3 10^{-3} *10*0,59 = -1,77 10^{-2} J

homme : - 70 *10*0,6= -420 J

L'action de l'air étant négligeable, la seule force qui travaille pendant le saut est le poids : l'énergie mécanique reste constante .

au départ (détente) l'énergie mécanique est sous forme cinétique : $\frac{1}{2}mv^2$

au sommet de la trajectoire, l'énergie mécanique est sous forme potentielle de pesanteur : mgh

d'où $\frac{1}{2}mv^2$= mgh ; $v^2 = 2gh$.

Puce : 9,8 10^{-7} J ; v = $(20*0,2)^{1/2}$= 2 m/s.

Taupin : 1,2 10^{-4} J ; v = $(20*0,3)^{1/2}$= 2,45 m/s.

criquet : 1,77 10^{-2} J ; v = $(20*0,59)^{1/2}$= 3,43 m/s.

homme : 420 J ; v = $(20*0,6)^{1/2}$= 3,46 m/s.

L'énergie nécessaire provient de la détente (le système est comparable à un ressort comprimé qui se libère).

Le travail des forces musculaires au cours de la détente est l'opposé du travail du poids au cours du saut.

puiisance (watt) = énergie ou travail (J) / durée (s) ; P = mgh/t

Puce : 9,8 10^{-7} /8 10^{-4} =1,2 10^{-3} W.

Taupin : 1,2 10^{-4} /6,4 10^{-4} =0,19 W.

criquet : 1,77 10^{-2} /2,35 10^{-3} =7,5 W.

homme : 420 J /0,233 =1,8 10^{3} W.

Puissance développée, ramenée à l'unité de masse :

Puce : 1,2 10^{-3} /4,9 10^{-7} =2 449 W/kg .

Taupin : 0,19 /4 10^{-5} = 4,75 10^{3} W/kg .

criquet : 7,5 / 3 10^{-3} = 2,5 10^{3} W/kg .

homme : 1,8 10^{3} /70 = 25,7 W/kg.

Les petits animaux doivent développer une puissance bien plus importante que celle calculée ci-dessus car l'action de l'air n'est plus négligeable devant leur poids.