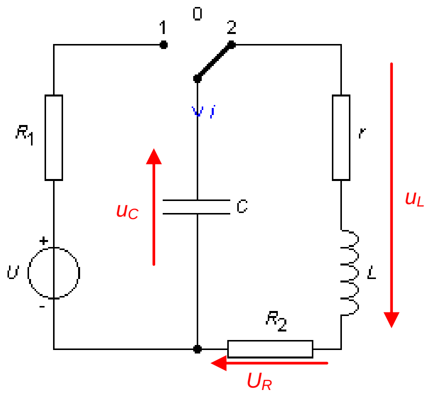
OSCILLATIONS DANS UN CIRCUIT RLC SÉRIE

I- DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR DANS UN DIPÔLE RL

1°) Montage

Après avoir chargé le condensateur en basculant l'interrupteur en position ①, celui-ci est basculé en position ② afin de décharger le condensateur dans la bobine, d'inductance L et de résistance interne r, et dans le conducteur ohmique de résistance R. Ce circuit constitue un **circuit RLC série**.



2°)Les trois régimes libres du circuit RLC série

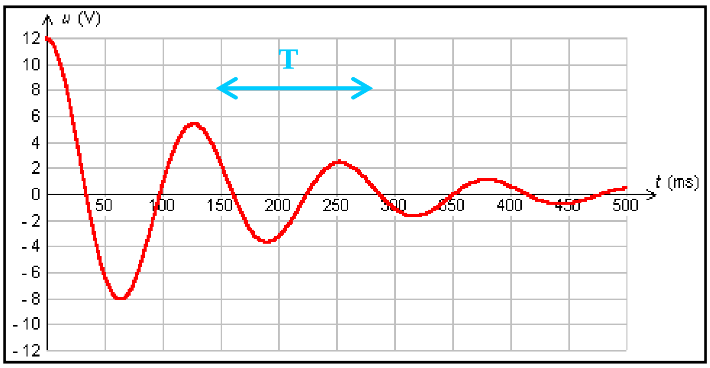
a)Le régime pseudo-périodique

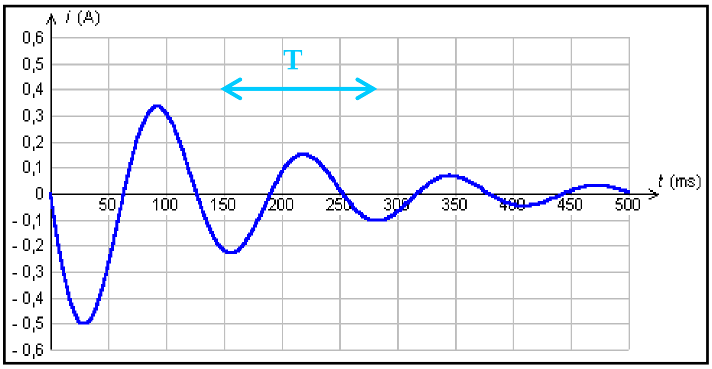
✦Le régime pseudo-périodique est observé pour ……………………………………………………………………….

✦La tension u_C aux bornes du condensateur tend vers 0 en présentant des oscillations amorties (l'**amplitude** des oscillations décroît). On observe d'autant plus d'oscillations que …………………………………….

Les charges portées par les armatures du condensateur vont et viennent d'une armature à l'autre, sans jamais traverser le condensateur.

✦La durée entre deux maxima (ou deux minima) successifs définit la ………………………………… des oscillations amorties.



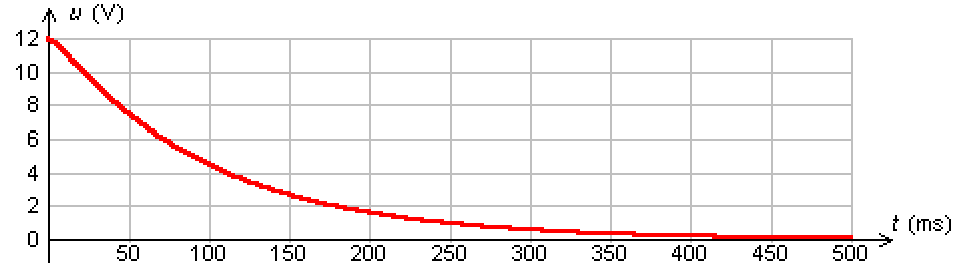


✦Comme la tension aux bornes du condensateur, l'intensité électrique varie en effectuant des oscillations amorties (pseudo-périodiques) au cours du temps. Mais ces pseudo-périodes sont déphasées par rapport à celles de u_C.

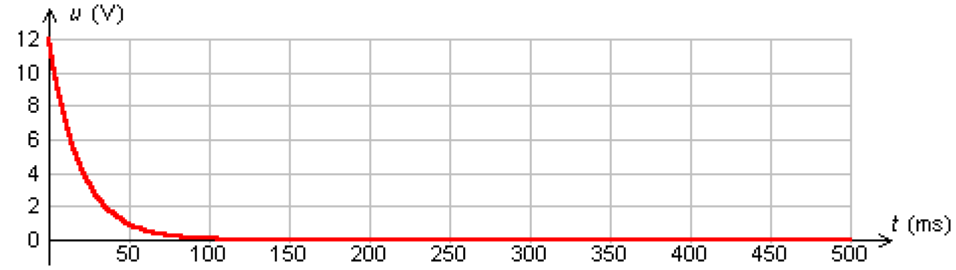
- Lorsque le condensateur est chargé (u_C a une valeur extrême négative ou positive), le courant a une intensité nulle.
- Lorsque le condensateur est déchargé (une décharge est terminée, mais une autre charge va

s'amorcer à la polarité inversée) le courant a l'intensité la plus élevée, négative ou positive selon le sens réel du courant par rapport à l'orientation conventionnelle du circuit.

b) Le régime apériodique



c)Le régime apériodique critique



3°) Equation différentielle du circuit RLC série en régime libre

- ✓ A la fermeture de l'interrupteur, le condensateur est supposé chargé.
- ✓ D'après la loi d'additivité des tensions : $u_C + u_L + u_R = 0$ soit, d'après l'orientation du circuit :

L'équation différentielle d'un circuit RLC série en régime libre s'écrit :

✓ Le terme $\frac{R_T}{L}.\frac{du_C}{dt}$ traduit ……………………des oscillations électriques, et sa valeur permet de définir les trois régimes cités précédemment.

✓ La résolution mathématique de cette équation différentielle n'est pas envisageable en classe de terminale. Il est néanmoins possible d'étudier un cas limite.

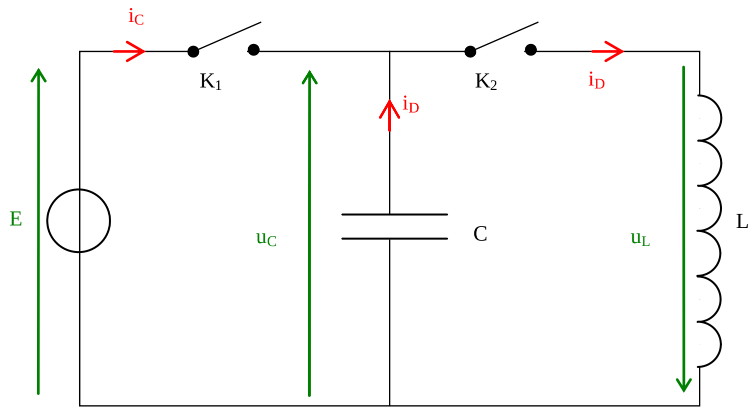
II- OSCILLATIONS NON AMORTIES (AMORTISSEMENT NEGLIGEABLE) D'UN CIRCUIT LC

1°) Montage

Dans cette étude, le condensateur se décharge dans une inductance pure en l'absence de conducteur ohmique.
Il est en pratique impossible d'observer d'oscillations non amorties puisque le moindre fil électrique possède une résistance définie par :

$$R = \rho.\frac{\ell}{S}$$

Ce « montage » n'est donc qu'un modèle théorique permettant l'étude d'un cas limite.



2°) Equation différentielle du circuit LC

A la fermeture de l'interrupteur K_2, le condensateur est supposé chargé.
- D'après la loi d'additivité des tensions : $u_C + u_L = 0$ soit

3°) Résolution de l'équation différentielle

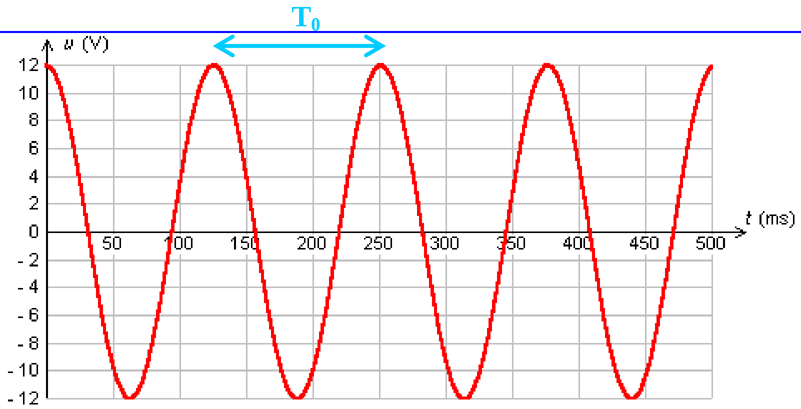
✦L'équation différentielle du second ordre en $u_C(t)$ à coefficients constants et sans second membre peut admettre comme solution générale

✦Déterminons l'expression des constantes A et φ à l'aide des conditions expérimentales initiales :
A la fermeture de l'interrupteur (à t = 0 s) : - le condensateur est supposé chargé ($u_C(0)$ = E) et q(0) = C.E

- l'intensité du courant estnulle (i(0) = 0).

En tenant compte des conditions expérimentales initiales, la solution de l'équation différentielle s'écrit :

$u_C(t) = E.\cos(\omega_0.t)$ avec $\omega_0 = \frac{2.\pi}{T_0}$ où E est l'amplitude des oscillations sinusoïdales.



4°) La période propre T_0 des oscillations

L'équation différentielle du circuit LC s'écrit :

Comparaison avec la pseudo-période :

Dans le cas d'un amortissement des oscillations, la pseudo-période est plus grande que la période propre des oscillations sinusoïdales, mais d'autant plus proche que l'amortissement est faible. Pour un amortissement négligeable, elles peuvent être considérées comme égales.

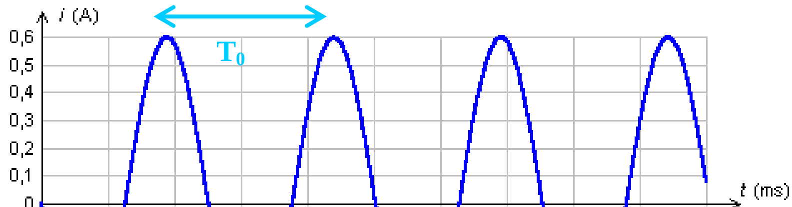
5°) Evolution de l'intensité électrique au cours du temps

✦La tension aux bornes du condensateur évolue sinusoïdalement selon l'équation :$u_C(t) = E.\cos(\omega_0.t)$

✦ Nous avons montré que l'intensité s'exprimait par : $i = C.\frac{d\,u_C}{dt}$

soit $\boxed{i(t) = \quad}$ ou $i(t) =$ soit $\boxed{i(t) = \quad}$

$\omega_0.E.C$



$-\omega_0.E.C$

<u>Remarque</u> : On constante que lorsque $u_C(t)$ est nulle, $i(t)$ est maximale ou minimale : les oscillations de $u_C(t)$ et de $i(t)$ sont déphasées (elles sont en quadrature de phase).

III- ETUDE ÉNERGÉTIQUE

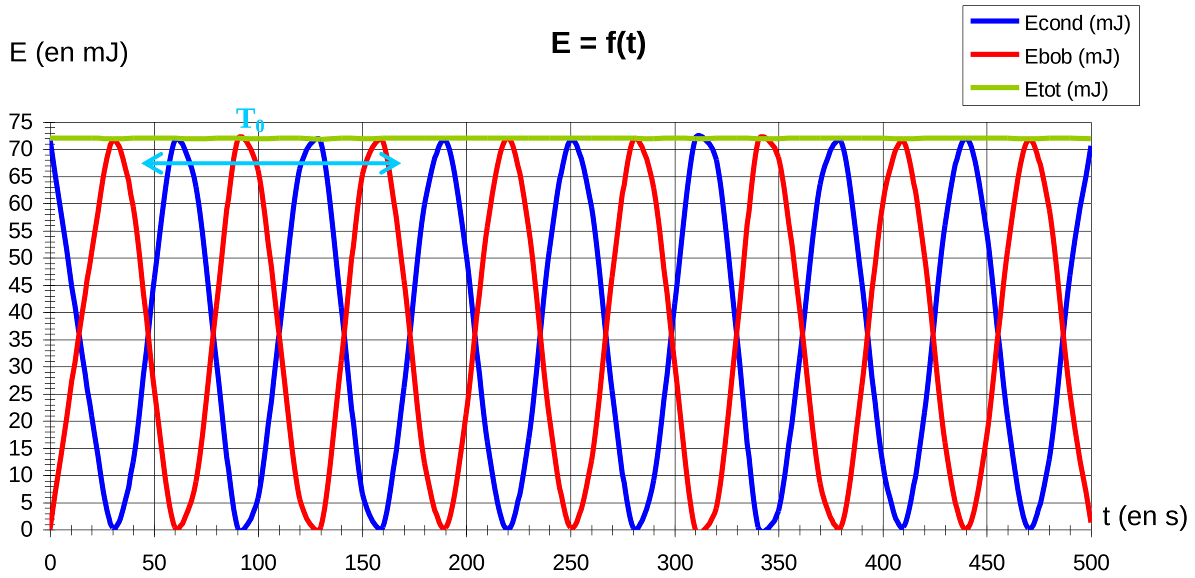
1°) Le circuit LC

✦L'énergie emmagasinée par le condensateur est définie par :

$-\omega_0.E.C$

✦L'énergie emmagasinée par la bobine est définie par :

✦L'énergie totale du circuit LC s'exprime par :



✦<u>Conclusion :</u>

➪L'énergie totale (Energie électromagnétique) du circuit LC est constante au cours du temps.

⇨Avant la fermeture de l'interrupteur (t = 0 s), le condensateur (étant chargé) est le seul dipôle à posséder de l'énergie ($(E_C)_i = (E_C)_{max}$ et $E_{bobine} = 0$) .

⇨Après la fermeture de l'interrupteur, la décharge du condensateur permet l'établissement d'un courant dans le circuit LC : la bobine traversée par ce courant peut alors emmagasiner de l'énergie.

⇨Lorsque le condensateur est déchargé ($E_C = 0$), l'intensité électrique est maximale ($E_{bobine} = (E_{bobine})_{max}$) : toute cette énergie provient du condensateur ($(E_C)_i = (E_{bobine})_{max} = E_T$).

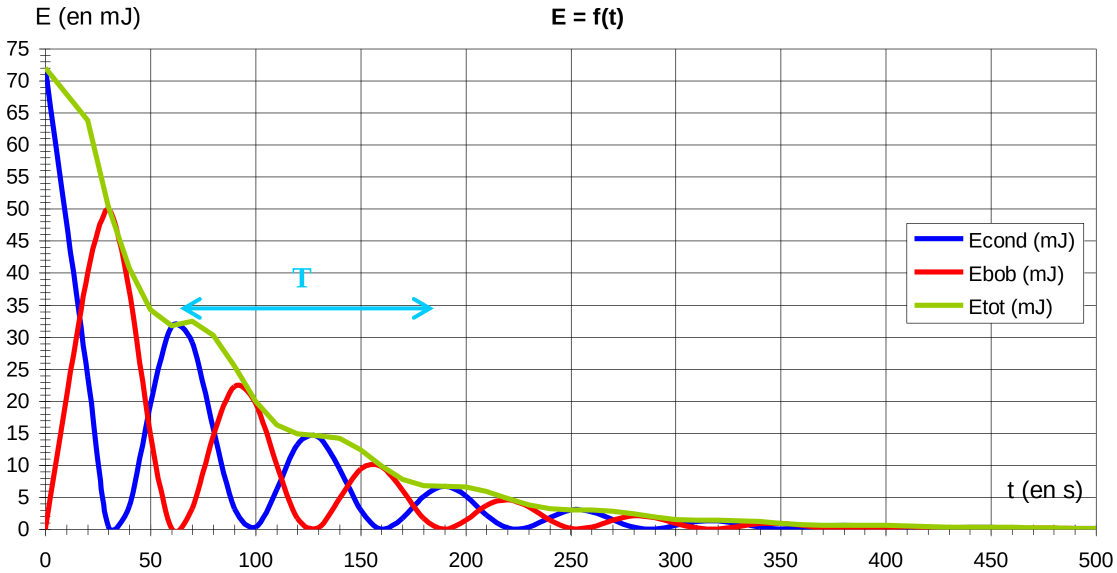
⇨La bobine restitue son énergie au condensateur jusqu'à sa charge complète (avec une polarité inversée) et l'annulation du courant : nous avons à nouveau : $(E_C) = (E_C)_{max}$ et $E_{bobine} = 0$.

⇨Le condensateur se décharge à nouveau en restituant son énergie à la bobine (le courant circule dans le sens inverse à celui de la première décharge).

⇨La bobine restitue ensuite son énergie au condensateur jusqu'à sa nouvelle charge complète avec la même polarité que lors de la fermeture de l'interrupteur à t = 0 s.

2°) Le circuit RLC

Dans un circuit RLC, la diminution de l'énergie totale du circuit est due à la présence de la résistance R_T et à l'**effet Joule** : une partie de l'énergie du circuit est cédée à l'extérieur par transfert de chaleur.



IV- ENTRETIEN DES OSCILLATIONS

1°) Principe de l'entretien

L'étude énergétique du circuit RLC a montré que des pertes par effet Joule provoquait une diminution de son énergie totale.Entretenir les oscillations consiste à apporter, par un dispositif extérieur, la quantité d'énergie perdue par effet Joule.

✦L'équation différentielle d'un circuit RLC s'écrivant : $L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2} + R_{tot}.C.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$, la compensation des pertes énergétiques doit permettre d'obtenir une équation différentielle du type

$$L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2} + (R_{tot}+R_0).C.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

où le dispositif se comporterait comme une résistance R_0 négative.

✦Un montage électronique utilisant un Amplificateur Opérationnel permet d'obtenir le résultat escompté.

2°) Caractéristiques des oscillations entretenues

✦Les oscillations entretenues sont sinusoïdales.
✦La période des oscillations entretenues est égale à la période propre des oscillations libres du circuit LC.

$$T = T_0 = 2.\pi.\sqrt{L.C}$$

✦L'énergie du circuit RLC entretenu est constante au cours du temps.