

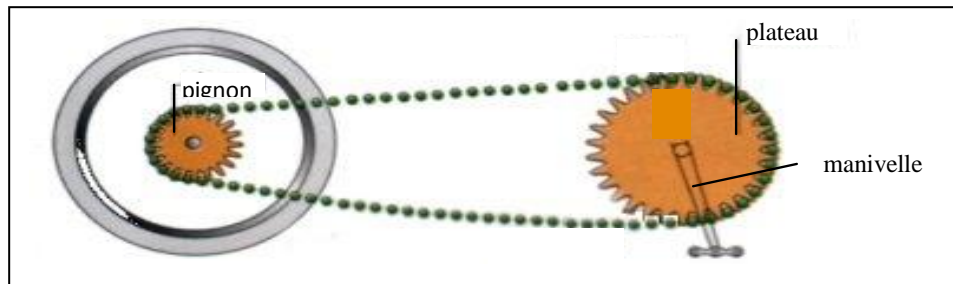
Mouvement de rotation d'un corps solide indéformable autour d'un point fixe

SERIE 2 :

Exercice 1 :

Une bicyclette a des roues de diamètre 69 cm. Le pignon arrière a 12 dents et le plateau du pédalier a 40 dents. L'entraxe de la manivelle du pédalier mesure 17 cm.

La vitesse de la bicyclette est de $20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.



1- En mouvement les deux roues de la bicyclette ne glissent pas sur le sol. Quelle est alors la conséquence sur la vitesse :

- a)- angulaire des roues arrière et avant ?
- b)- linéaire d'un point de la circonférence des deux roues ?

2- Calculer la vitesse angulaire ω_R de la roue arrière.

3- Déterminer la vitesse linéaire v_R d'un point situé sur la circonférence du pignon de diamètre 6 cm de la roue arrière.

4- Quelle est la vitesse linéaire v_P d'un point de la circonférence du plateau du pédalier ?

5- Quelle est la vitesse linéaire v de l'axe de la pédale ?

6- a)- Déterminer le diamètre D_P du plateau en considérant que le diamètre est proportionnel au nombre de dents.

b)- Calculer la vitesse angulaire ω_P du plateau de diamètre 20 cm.

c)- Quelle est la vitesse angulaire ω_A de la manivelle du pédalier ?

d)- En déduire la vitesse linéaire v_A de l'axe de la pédale. Conclure.

Exercice 2 :

Un satellite de masse M décrit autour de la Terre d'un mouvement uniforme, une orbite circulaire à une altitude h .

On donne :

- le rayon de la Terre $R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$,

- l'intensité de pesanteur est, pour $h = 0$, $g_0 = 9,81 \text{ N.Kg}^{-1}$ et, à l'altitude h ,

$$g = g_0 \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$$

- l'expression de la vitesse : $v^2 = g (R+h)$

1° - On suppose que $h = 300 \text{ km}$.

a) Calculer la vitesse du satellite sur son orbite.

b) Calculer la période de révolution.

2° - a) Quelle devrait être l'altitude h du satellite pour qu'il soit géostationnaire, c'est-à-dire qu'il apparaisse immobile à un observateur terrestre.

b) Calculer alors sa vitesse.

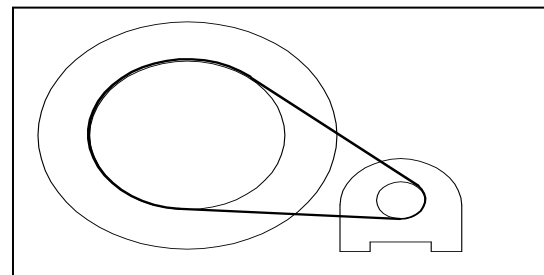
Exercice 3:

I- Le tambour d'une machine à laver est entraîné par un moteur électrique.

La transmission du mouvement est assurée par une courroie tournant sans glissement.

La fréquence de rotation du moteur est $N_A = 3000 \text{ tr/min}$.

La poulie du moteur a un diamètre $D_A = 10 \text{ cm}$ et la poulie du tambour $D_B = 40 \text{ cm}$.



1- Convertir la fréquence de rotation du moteur en tours par seconde.

2- Déterminer la vitesse angulaire ω_A du moteur en rad/s.

3- Calculer la vitesse linéaire d'un point de la courroie en m/s et en km/h.

4- Déterminer la vitesse angulaire ω_B du tambour.

5- En déduire la fréquence de rotation N_B du tambour exprimée en tr/min.

6- Quelle est la relation littérale entre les fréquences de rotation N_A et N_B du moteur et du tambour.

7- Calculer la vitesse d'un point de la circonférence du tambour de diamètre $D_T = 100 \text{ cm}$.

CORRECTION de la série 2

Exercice 1 :

1- Les deux roues ont la même vitesse angulaire et les points de leur circonférence ont la même vitesse linéaire.

2- Vitesse linéaire d'un point de la roue : il faut convertir la vitesse en $m.s^{-1}$

$$v = \frac{20}{3,6} \approx 5,555 \text{ m.s}^{-1} \qquad v \approx 5,6 \text{ m.s}^{-1}$$

Vitesse angulaire ω_R de la roue arrière :

$$\omega_R = \frac{v}{R} \qquad \omega_R = \frac{5,6}{0,345} \qquad \omega_R \approx 16 \text{ rad.s}^{-1}$$

3- Vitesse linéaire v_R d'un point du pignon : la roue arrière et le pignon constituent un solide, donc ils ont la même vitesse angulaire ω_R :

$$\text{d'où :} \qquad v_R = R_R \omega_R \qquad v_R = 3.10^{-2} \times 16 \qquad v_R \approx 0,48 \text{ m.s}^{-1}$$

4- La transmission entre le pignon et le pédalier est assurée par la chaîne, donc chaque point de la chaîne a la vitesse linéaire et par conséquent les points de la circonférence du pignon et du pédalier ont la même vitesse. $v_R = v_P$

5- L'axe de la pédale a pour vitesse linéaire : $v = R_A \omega_R$ $v_A = 0,17 \times 16$ $v_A \approx 2,72 \text{ m.s}^{-1}$

6- a)- Diamètre et nombre de dents sont proportionnels

On pose D le diamètre du pédalier et on écrit la proportion :

$$\frac{D}{40} = \frac{6}{12} \qquad \text{soit } D = \frac{6 \times 40}{12} \qquad \text{Le diamètre du pédalier est de 20 cm.}$$

b)- Vitesse angulaire ω_P du pédalier : $\omega_P = \frac{v_P}{R_P}$ $\omega_P = \frac{0,48}{0,10}$ $\omega_P \approx 4,8 \text{ rad.s}^{-1}$

c)- La manivelle du pédalier a la même vitesse angulaire que le plateau. $\omega_P = \omega_A$ soit $\omega_A \approx 4,8 \text{ rad.s}^{-1}$

d)- L'axe de la pédale a pour vitesse linéaire : $v_A = R_A \omega_A$ $v_A = 0,17 \times 4,8$ $v_A \approx 0,82 \text{ m.s}^{-1}$

1

on a : $v > v_A$ le cycliste développe une vitesse plus petite pour un diamètre du pédalier petit !

Exercice 2 :

1° - a) Vitesse du satellite sur une orbite d'altitude $h = 300 \text{ km}$:

comme $v^2 = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} (R+h)$ alors $v = R \sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$

on a : $v = 6,4 \cdot 10^6 \sqrt{\frac{9,81}{6,4 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5}}$

$$v = 7744,2 \text{ m.s}^{-1}$$

1° - b) Période T de la révolution

Le mouvement étant uniforme, la période est le temps T , mis par le satellite, pour parcourir la longueur $2\pi (R + h)$ de la trajectoire d'où :

$$T = \frac{2\pi (R+h)}{v} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}}$$

Application numérique, comme :

$$R+h = 6,7 \cdot 10^6 \text{ m et } v = 7744,2 \text{ m.s}^{-1}, \text{ on a } T = \frac{2\pi}{6,4 \cdot 10^6} \sqrt{\frac{(6,7 \cdot 10^6)^3}{9,81}}$$

$$T = 5436 \text{ s} \quad \text{ou} \quad T = 1 \text{ h } 30 \text{ mn } 36 \text{ s}$$

2°. a) Altitude h à laquelle évolue le satellite géostationnaire

Le satellite semble immobile pour un observateur terrestre lorsque :

- sa période de révolution est $T = 24 \text{ h}$
- et le satellite a un mouvement de rotation autour de la Terre de même sens que le mouvement de rotation de la Terre.

On a trouvé au 1° :

$$T = \frac{2\pi (R+h)}{v} \text{ et } v = R \sqrt{\frac{g_0}{R+h}} \text{ d'où}$$

$$T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}} \Rightarrow (R+h)^3 = \frac{T^2 R^2 g_0}{4\pi^2} \quad \text{d'où} \quad h = \left(\frac{T^2 R^2 g_0}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$$

Application numérique, comme :

$$T = 86400 \text{ s}, R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}, g_0 = 9,81 \text{ N.Kg}^{-1}, \text{ on obtient}$$

$$h = 42,36 \cdot 10^6 - 6,4 \cdot 10^6 = 35,960 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Soit $h = 35960 \text{ km}$

b) Vitesse du satellite géostationnaire : on a trouvé

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} \quad \text{d'où} \quad v = 2\pi \frac{R+h}{T}$$

Application numérique, comme : $R + h = 42,36 \cdot 10^6 \text{ m}$ et $T = 86\,400 \text{ s}$, on trouve

$$v = 2\pi \frac{42,36 \cdot 10^6}{86400} \Rightarrow v = 3080 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Exercice 3 :

I- La fréquence de rotation du moteur est $N_A = 3000 \text{ tr/min}$.

La poulie du moteur a un diamètre $D_A = 10 \text{ cm}$ et la poulie du tambour $D_B = 40 \text{ cm}$.

1- Fréquence de rotation $N_A = \frac{3000}{60} \quad N_A = 50 \text{ tr/s}$

2- Vitesse angulaire $\omega_A = 2\pi N_A \quad \omega_A = 100\pi \quad \omega_A \approx 314 \text{ rad/s}$.

3- La vitesse linéaire de la courroie : $v = R \omega_A = \frac{D_A}{2} \omega_A \quad v = 5 \cdot 10^{-2} \times 314 \quad v \approx 15,7 \text{ m/s}$
 $v \approx 56,52 \text{ km/h}$

4- La courroie a la même vitesse linéaire en tout point de sa trajectoire soit $v_A = v_B = v$.

$$\omega_B = \frac{v_B}{R_B} = \frac{v}{R_B} \quad \omega_B = \frac{15,7}{20 \cdot 10^{-2}} \quad \omega_B \approx 78,5 \text{ rad/s}$$

5- Fréquence de rotation $N_B = \frac{\omega_B}{2\pi} \quad N_B = \frac{78,5}{2\pi} \quad N_B \approx 12,5 \text{ tr/s}$.

Relation des poulies : on a $v_A = v_B$ soit $R_A \omega_A = R_B \omega_B$ ou $2R_A \omega_A = 2R_B \omega_B$

càd $D_A \omega_A = D_B \omega_B$ d'où : $D_A 2\pi N_A = D_B 2\pi N_B$

donc $N_A \times D_A = N_B \times D_B$

6- Vitesse d'un point de la circonférence du tambour $D_T = 100 \text{ cm}$

2 méthodes $v = 2\pi R N_B \quad v = 2\pi \times 0,5 \times 12,5 \quad v \approx 39,26 \text{ m/s}$

ou $v = R \omega_B \quad v = 0,5 \times 78,5 \quad v \approx 39,25 \text{ m/s}$